最 方

东南大学
机&人 能学

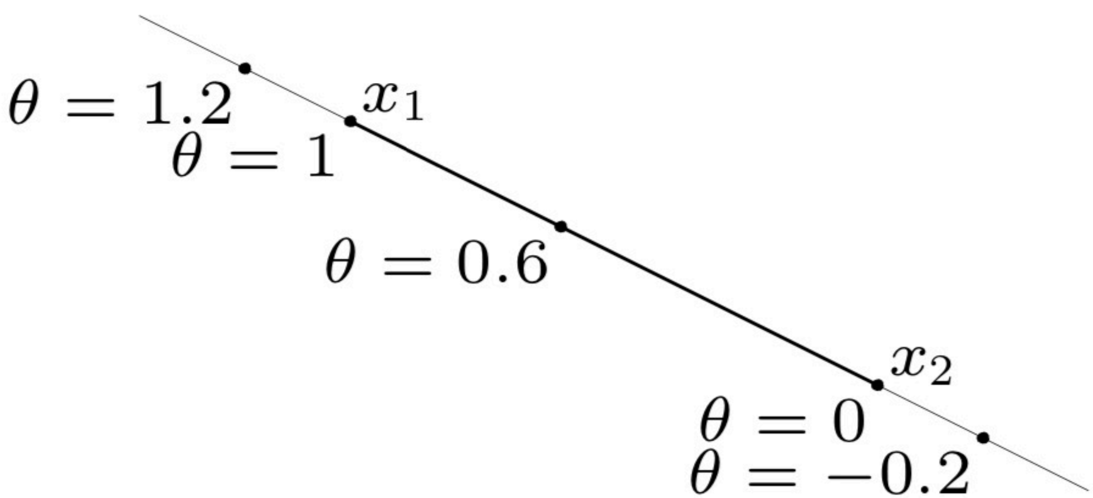
gmf@ e .ed .c

- !
- !
- ! 重要
- !
- ! 不等
- ! 分 与 面
- ! 对 与 不等

- 经过 $_{1}$和 $_{2}$的 所有点

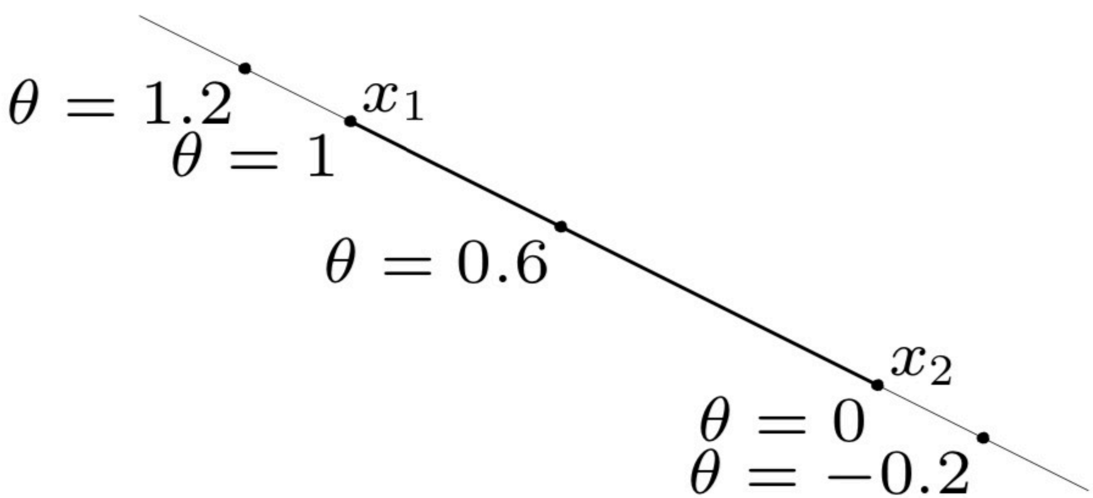
- 经过 $_1$和 $_2$的 所有点

$$x = \theta x_1 + (1-\theta)x_2 \qquad (\theta \in \mathbf{R})$$



- 经过 $_1$和 $_2$的 所有点

$$x = \theta x_1 + (1-\theta)x_2 \qquad (\theta \in \mathbf{R})$$



- 经 中 意两点的 在 中

- $\theta_1 + \ldots + \theta_k = 1$, 如$\theta_1 x_1 + \ldots + \theta_k x_k$的点为

- $\theta_1 + \ldots + \theta_k = 1,$ 如$\theta_1 x_1 + \ldots + \theta_k x_k$的点为
- 的 定

- $\theta_1 + \ldots + \theta_k = 1,$ 如$\theta_1 x_1 + \ldots + \theta_k x_k$的点为
- 的 定
  - 中 意点的 的

- $\theta_1 + \ldots + \theta_k = 1,$ 如$\theta_1 x_1 + \ldots$ 的点为

- $\theta_1 + \ldots + \theta_k = 1,$ 如$\theta_1 x_1 + \ldots + \theta_k x_k$的点为
- 的 定
  - 中 意点的 的
  - 是 等 经 中 意两点的 在 中
- 明 C **1** **2** **3** $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1$

- $\theta_1 + \ldots + \theta_k = 1,$ 如$\theta_1 x_1 + \ldots + \theta_k x_k$的点为
- 的 定
  - 中 意点的 的
  - 是 等 经 中 意两点的 在 中
- 明 C **1** **2** **3** $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1$
  - $$\frac{\theta_1}{\theta_1 + \theta_2} x_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1 + \theta_2} x_2 \quad C$$

- $\theta_1+\ldots+\theta_k=1$, 如$\theta_1 x_1+\ldots+\theta_k x_k$的点为
- 的 定
  - 中 意点的 的
  - 是 等 经 中 意两点的 在 中
- 明 C $_1$ $_2$ $_3$ $\theta_1+\theta_2+\theta_3=1$
  - $\dfrac{\theta_1}{\theta_1+\theta_2}x_1+\dfrac{\theta_2}{\theta_1+\theta_2}x_2 \quad C$
  - $(\theta_1+\theta_2)(\dfrac{\theta_1}{\theta_1+\theta_2}x_1+\dfrac{\theta_2}{\theta_1+\theta_2}x_2)+(1 \quad \theta_1 \quad \theta_2)x_3 \quad C$

- $\theta_1+\ldots+\theta_k=1$, 如$\theta_1x_1+\ldots+\theta_kx_k$的点为
- 的 定
  - 中 意点的 的
  - 是 等 经 中 意两点的 在 中
- 明 C 1 2 3 $\theta_1+\theta_2+\theta_3=1$
  - $\dfrac{\theta_1}{\theta_1+\theta_2}x_1+\dfrac{\theta_2}{\theta_1+\theta_2}x_2 \in C$
  - $(\theta_1+\theta_2)\left(\dfrac{\theta_1}{\theta_1+\theta_2}x_1+\dfrac{\theta_2}{\theta_1+\theta_2}x_2\right)+(1-\theta_1-\theta_2)x_3 \in C$
  - $\theta_1x_1+\theta_2x_2+\theta_3x_x \in C$

子　间

子　间

- C ${}_1$和 ${}_2$ $\theta x_1 + (1 \quad \theta) x_2 \quad C$

子　间

- C $_1$和 $_2$ $\theta x_1 + (1 \quad \theta) x_2$ C
- 点$\alpha x_1 + \beta x_2$是 于C

子 间

- C 1和 2 $\theta x_1 + (1 \quad \theta)x_2 \quad C$
- 点$\alpha x_1 + \beta x_2$是 于C
- $=C- {}_0=\{ \; - {}_0|$ $\_C\}$:与C相关的子 间

子 间

- C $_1$和 $_2$ $\theta x_1 + (1 \quad \theta)x_2$ C
- 点$\alpha x_1 + \beta x_2$是 于C
- $=C-$ $_0=\{$ $-$ $_0|$ $C\}$:与C相关的子 间
    - ❖关于加 和 是 的

子 间

- C $_1$和 $_2$ $\theta x_1 + (1$

子 间

- C 1和 2 $\theta x_1 + (1 \quad \theta) x_2 \quad C$
- 点$\alpha x_1 + \beta x_2$是 于C
- =C- 0={ - 0| C}:与C相关的子 间
  - 关于加 和 是 的
  - 对于$v_1, v_2 \quad V, \alpha, \beta \quad R$ $\alpha v_1 + \beta v_2 \quad V$

$$\alpha(v_1 + x_0) + \beta(v_2 + x_0) + (1 - \alpha - \beta)x_0 \in C$$

子　间

- C $_1$和 $_2$ $\theta x_1 + (1 \quad \theta)x_2 \quad C$
- 点$\alpha x_1 + \beta x_2$是　于C
- $=C-{}_0=\{ - \mid \quad C\}$:与$C$相关的子　间
  - 关于加　和□　□　□
  - 对于$v, v_2 \quad V, \alpha, \beta \quad R$　$\alpha v_1 + \beta v_2 \quad V$

$$\alpha(v_1 + x_0) + \beta(v_2 + x_0) + (1 - \alpha - \beta)x_0 \in C$$

$$\alpha v_1 + \beta v_2 + x_0 \in C$$

子 间

- C $_1$和 $_2$ $\theta x_1 + (1 \quad \theta)x_2 \quad C$
- 点$\alpha x_1 + \beta x_2$是 于C
- $=C-{}_0=\{ \; - {}_0 |$ $C\}$:与C相关的子 间
  - 关于加 和 是 的
  - 对于v_1, v_2 V, α, β R $\alpha v_1 + \beta v_2$ V

$$\alpha(v_1 + x_0) + \beta(v_2 + x_0) + (1 - \alpha - \beta)x_0 \in C$$

$$\alpha v_1 + \beta v_2 + x_0 \in C$$

$$\alpha v_1 + \beta v_2 \in V$$

性方

性方

- 性方　　的　　$C=$　　A　$=$　　都是

性方

- 性方 的 C= A = 都是
  - 明 对于x_1, x_2 C A $_1$= A $_2$=

性方

- 性方 的 $C=$ A $=$ 都是
  - 明 对于x_1, x_2 C $A_1=$ $A_2=$

$$
\begin{aligned}
A(\theta x_1 + (1-\theta)x_2) &= \theta A x_1 + (1-\theta) A x_2 \\
&= \theta b + (1-\theta) b \\
&= b,
\end{aligned}
$$

性方

- 性方　的　C=　A　=　都是
  - 明　对于x_1, x_2　C　A　$_1$=　A　$_2$=

$$
\begin{aligned}
A(\theta x_1 + (1-\theta)x_2) &= \theta A x_1 + (1-\theta) A x_2 \\
&= \theta b + (1-\theta) b \\
&= b,
\end{aligned}
$$

  - 与C相关的子　间

性方

- 性方 的 $C=$ A $=$ 都是
  - 明 对于x_1, x_2 C A $_1=$ A $_2=$

$$
\begin{aligned}
A(\theta x_1 + (1-\theta)x_2) &= \theta A x_1 + (1-\theta)Ax_2 \\
&= \theta b + (1-\theta)b \\
&= b,
\end{aligned}
$$

  - 与C相关的子 间
  - $= \{ - {}_0 |$ $C\}$ $= \{ - {}_0 | A = \}, A$ $_0 =$

性方

- 性方 的 $C=$ A $=$ 都是
  - 明 对于x_1, x_2 C $A_1=$ $A_2=$

$$\begin{aligned} A(\theta x_1 + (1-\theta)x_2) &= \theta A x_1 + (1-\theta)A x_2 \\ &= \theta b + (1-\theta) b \\ &= b, \end{aligned}$$

  - 与C相关的子 间
  - $=\{ - _0|$ $C\}$ $=\{ - _0|A = \}, A _0=$

    $=$ $- _0 A(- _0)=0$ $=$ $A =0$

性方

- 性方 的 $C=$ A = 都是
  - 明 对于x_1, x_2 C $A_1=$ $A_2=$

$$\begin{aligned} A(\theta x_1 + (1-\theta)x_2) &= \theta A x_1 + (1-\theta)A x_2 \\ &= \theta b + (1-\theta) b \\ &= b, \end{aligned}$$

  - 与C相关的子 间
  - $= \{ - {}_0 |$ $C\}$ $= \{ - {}_0 | A = \}, A_0 =$

    $=$ $- {}_0$ $A(- {}_0) = 0$ $=$ $A = 0$
- 意 都可以表 为一个 性方 的

- 意 C 可能小的

- 意 C 可能小的
-

- 意 C 可能小的
-

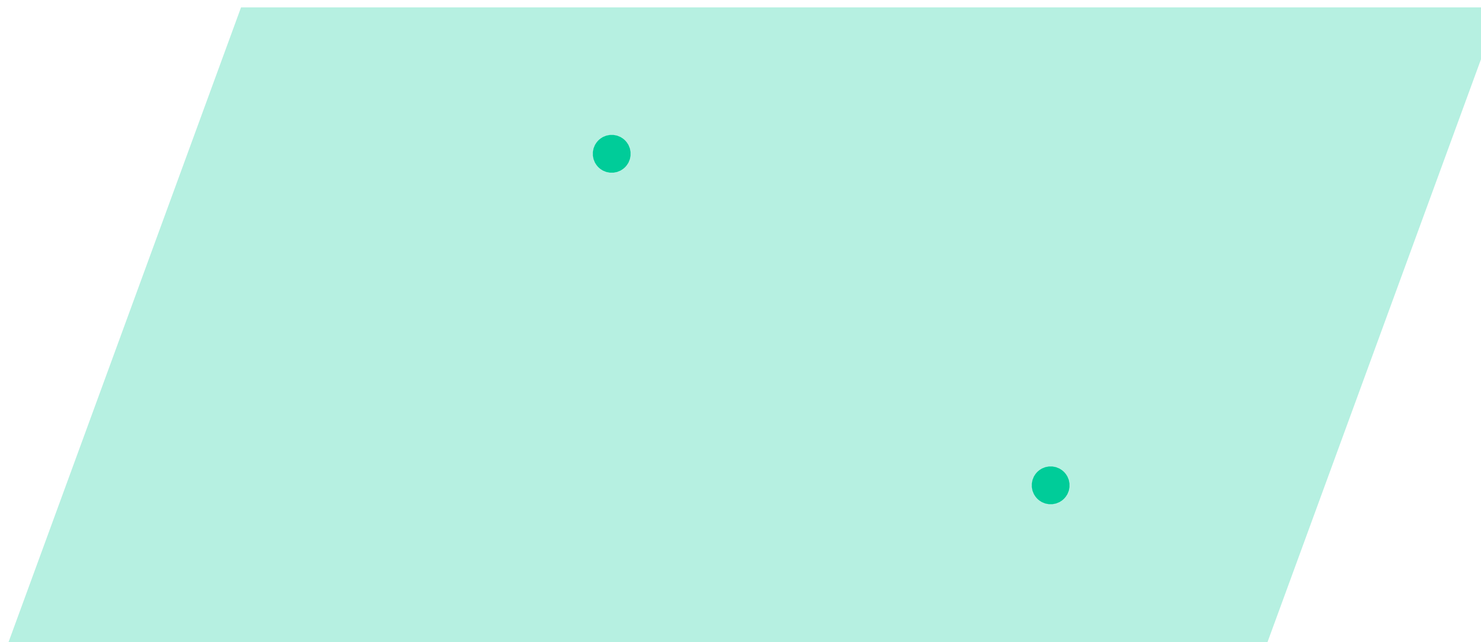
$$\mathbf{aff}\, C = \{\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k \mid x_1, \ldots, x_k \in C,\ \theta_1 + \cdots + \theta_k = 1\}$$

- 意 C 可能小的
-

$$\mathbf{aff}\, C = \{\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k \mid x_1, \ldots, x_k \in C,\ \theta_1 + \cdots + \theta_k = 1\}$$

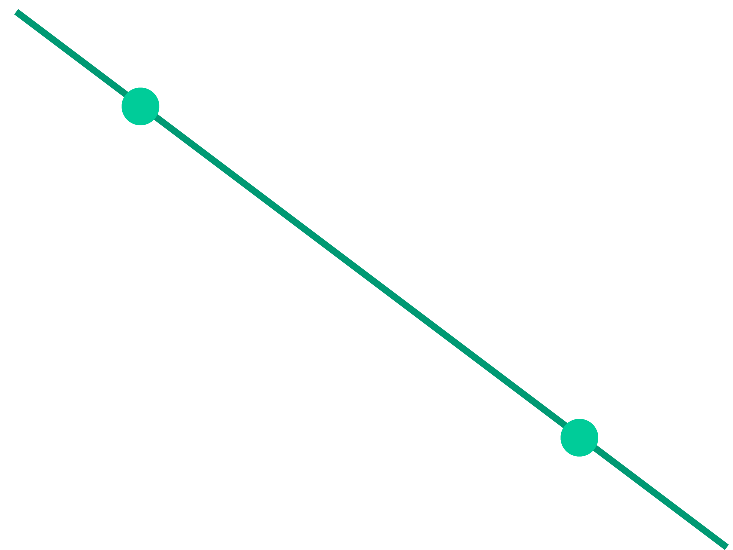
- 意 C 可能小的
-

$$\mathbf{aff}\, C = \{\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k \mid x_1, \ldots, x_k \in C,\ \theta_1 + \cdots + \theta_k = 1\}$$



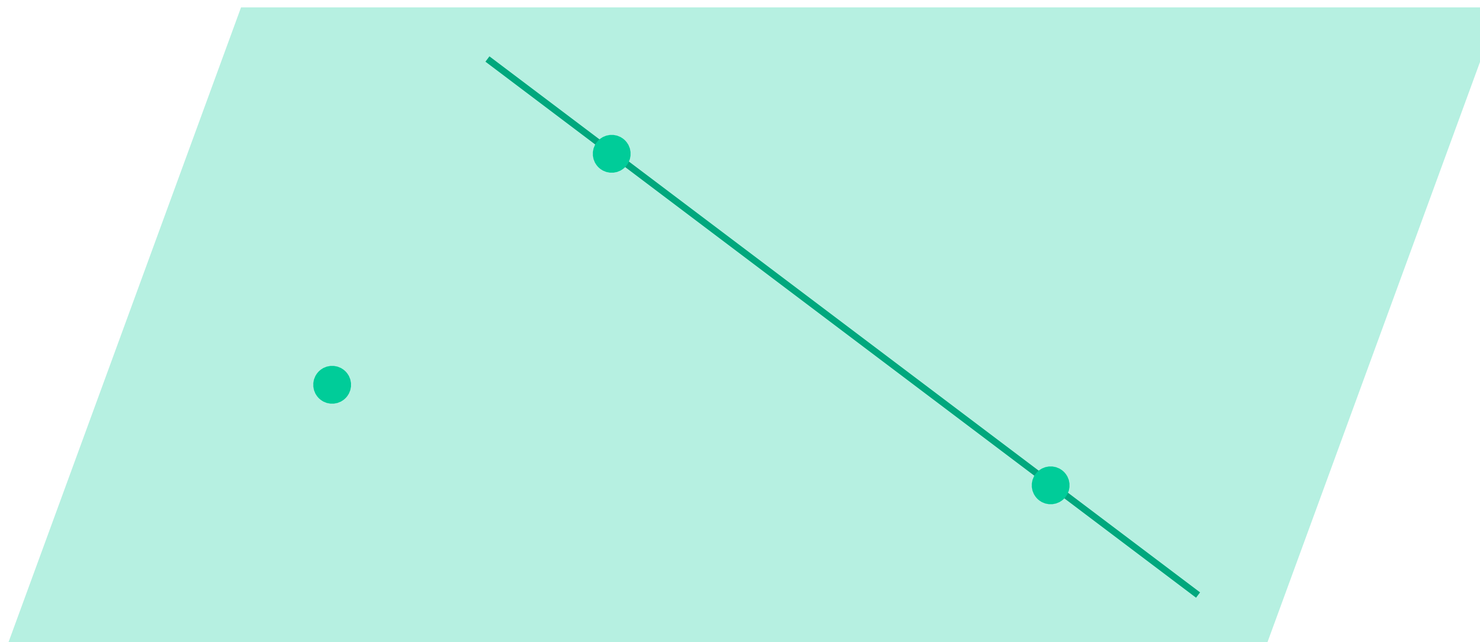
- 意 C 可能小的
-

$$\textbf{aff}\, C = \{\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k \mid x_1, \ldots, x_k \in C,\ \theta_1 + \cdots + \theta_k = 1\}$$



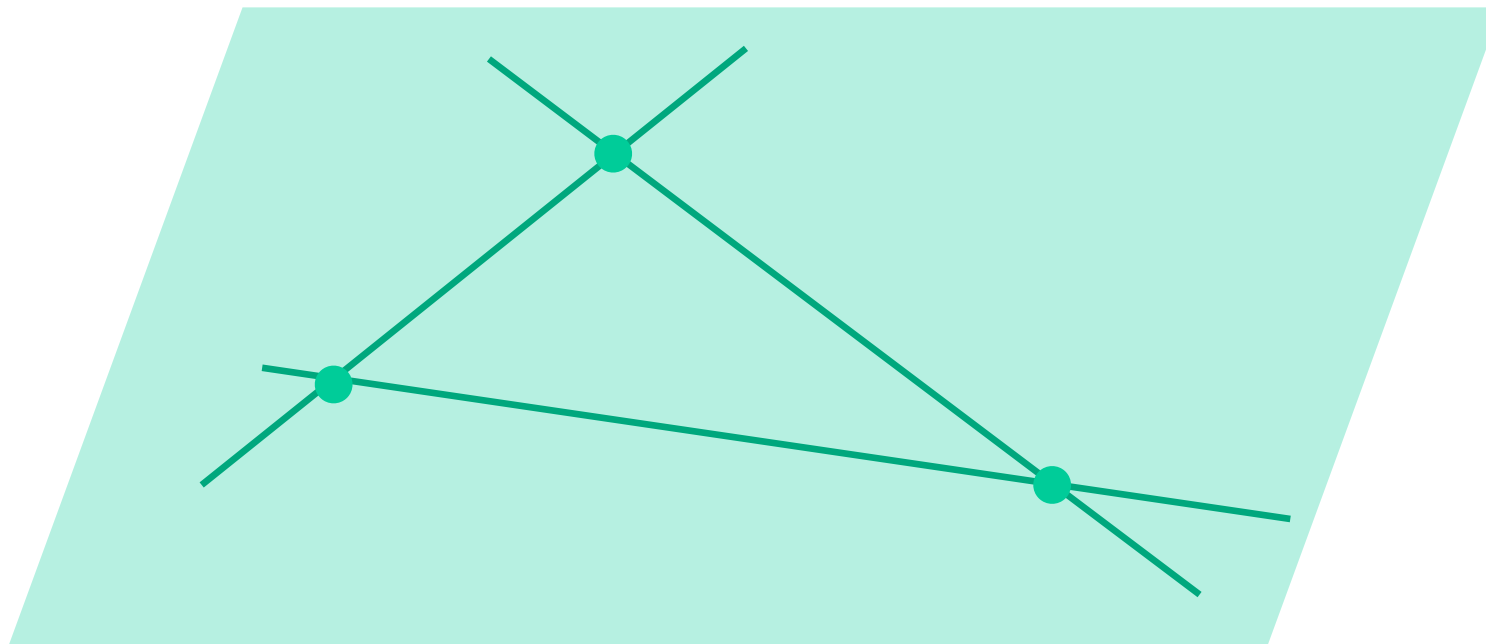
- 意 C 可能小的
-

$$\mathbf{aff}\, C = \{\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k \mid x_1, \ldots, x_k \in C,\ \theta_1 + \cdots + \theta_k = 1\}$$



- 意 C 可能小的
-

$$\mathbf{aff}\, C = \{\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k \mid x_1, \ldots, x_k \in C,\ \theta_1 + \cdots + \theta_k = 1\}$$



- $_1$和 $_2$的 所有点

$$x = \theta x_1 + (1-\theta) x_2$$

  - $0 \le \theta \le 1$

- $_1$和 $_2$的 所有点

$$x = \theta x_1 + (1-\theta)x_2$$

  - $0 \le \theta \le 1$

- 中 意两点间的 然 中

$$x_1, x_2 \in C, \quad 0 \le \theta \le 1 \quad \Longrightarrow \quad \theta x_1 + (1-\theta)x_2 \in C$$

- $_1$和 $_2$的 所有点

$$x = \theta x_1 + (1-\theta) x_2$$

  - $0 \le \theta \le 1$

- 中 意两点间的 然 中

$$x_1, x_2 \in C, \quad 0 \le \theta \le 1 \quad \Longrightarrow \quad \theta x_1 + (1-\theta) x_2 \in C$$

-

- $_1$和 $_2$的 所有点

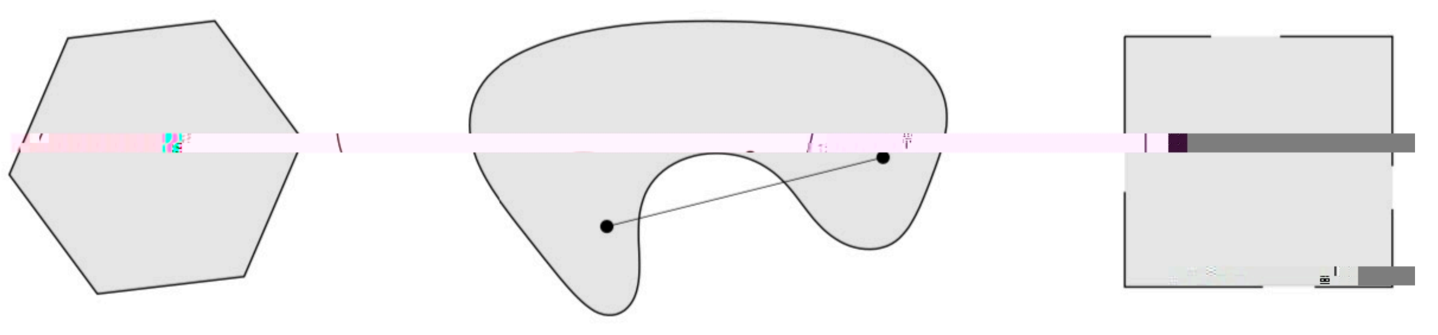
$$x = \theta x_1 + (1-\theta)x_2$$

  - $0 \le \theta \le 1$

- 中 意两点间的 然 中

$$x_1, x_2 \in C, \quad 0 \le \theta \le 1 \implies \theta x_1 + (1-\theta)x_2 \in C$$

-



和

和

- 点 $_1, \ldots,$ 的 下 的点

$$x = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \cdots + \theta_k x_k$$

  - $\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1,\ \theta_i \geq 0$

- **c** 中所有点的 的

和

- 点 $_1, \ldots,$ 的 下 的点

$$x = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \cdots + \theta_k x_k$$

  - $\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1,\ \theta_i \geq 0$

- c 中所有点的 的

[redacted]

和

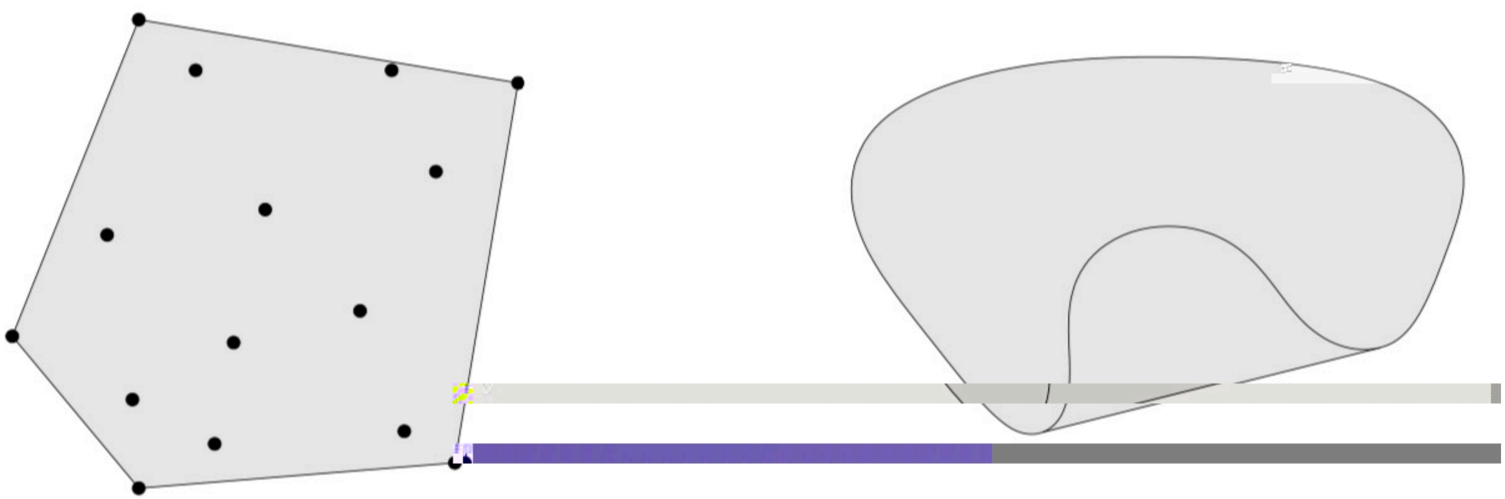
- 点 $_1, \ldots,$ 的 下 的点

$$x = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \cdots + \theta_k x_k$$

  - $\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1,\ \theta_i \geq 0$

- **c** 中所有点的 的

$$\{\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k \mid x_i \in C,\ \theta_i \geq 0,\ i = 1, \ldots, k,\ \theta_1 + \cdots + \theta_k = 1\}$$



- C是　　　　对于$x \in C$ and $\theta \geq 0$　　有 $\theta x \in C$

- C是 对于$x \in C$ and $\theta \geq 0$ 有 $\theta x \in C$
- 点 $_1$和 $_2$的 性

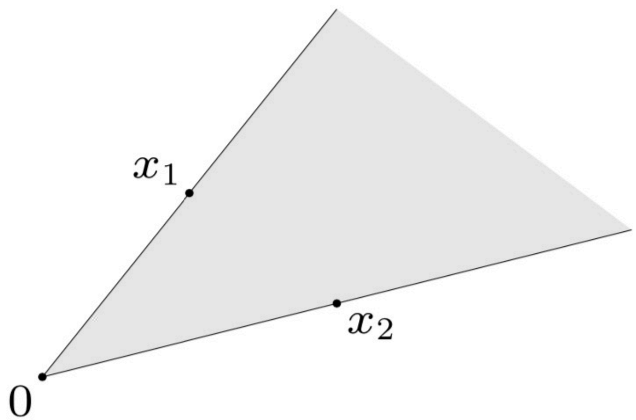
- C是　　　　对于$x \in C$ and $\theta \geq 0$　　有 $\theta x \in C$
- 点 $_1$和 $_2$的　　　　　　　　　　性

$$x = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2$$

- C是 对于 有
- 点 $_1$和

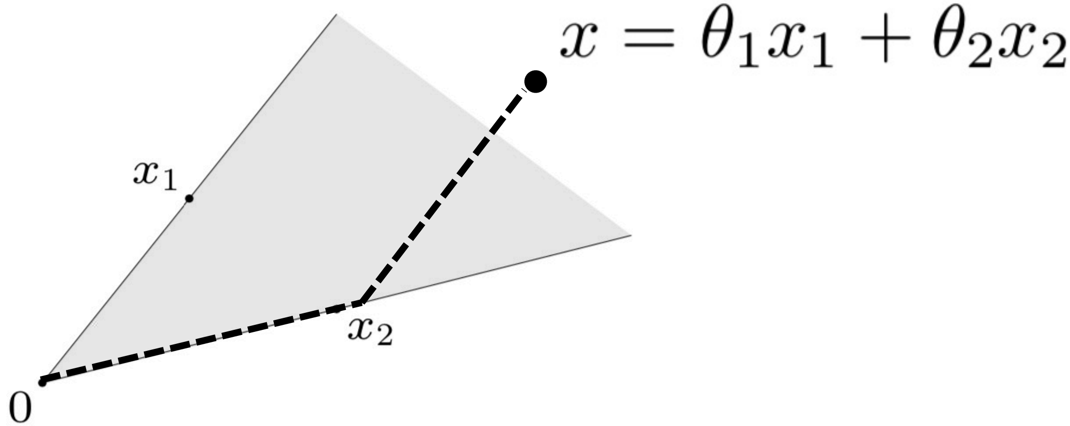
- C是 对于$x \in C$ and $\theta \ge 0$ 有 $\theta x \in C$
- 点 $_{1}$和 $_{2}$的 性

$$x = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 \qquad \theta_1 \ge 0,\ \theta_2 \ge 0$$



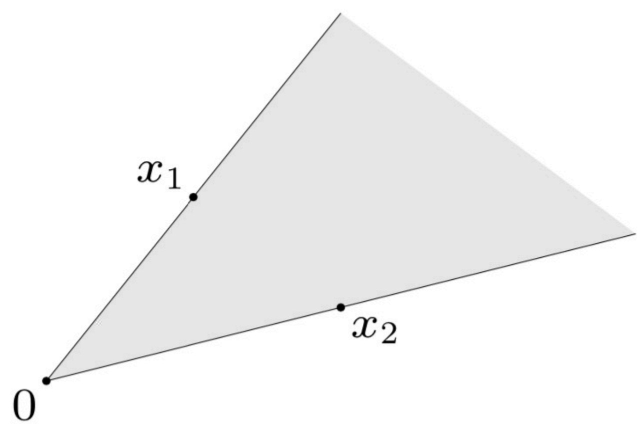
- C是 对于$x \in C$ and $\theta \geq 0$ 有 $\theta x \in C$
- 点 $_1$和 $_2$的 性

$$x = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 \qquad \theta_1 \geq 0,\ \theta_2 \geq 0$$



- C是 对于$x \in C$ and $\theta \geq 0$ 有 $\theta x \in C$
- 点 $_1$和 $_2$的 性

$$x = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 \qquad \theta_1 \geq 0,\ \theta_2 \geq 0$$



- 中所有 的 的

$$\{\theta_1 x_1 + \cdots + \theta_k x_k \mid x_i \in C,\ \theta_i \geq 0,\ i = 1, \ldots, k\}$$

比

比

- $$\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1$$

比

- $$\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1$$
- $$\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1,\ \theta_i \geq 0$$

比

- $$\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1$$
- $$\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1,\ \theta_i \geq 0$$
- $$\theta_1, \ldots, \theta_k \geq 0$$

比

- $\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1$
- $\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1,\ \theta_i \geq 0$
- $\theta_1, \ldots, \theta_k \geq 0$
- $C=\{\ \}$

比

- $\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1$
- $\theta_1 + \cdots + \theta_k = 1,\ \theta_i \geq 0$
- $\theta_1, \ldots, \theta_k \geq 0$
- $C=\{\ \}$
  - $\theta_1 x + \theta_2 x = x$

面和 间

面和 间

- 面

面和　　间

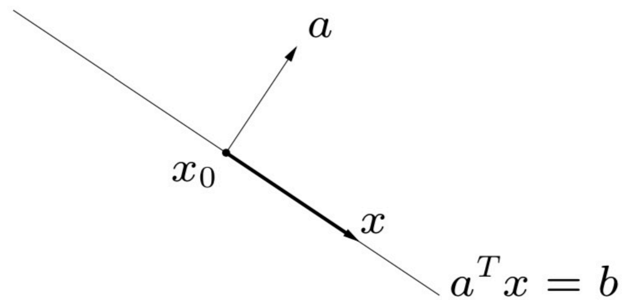
- 面

$$\{x \mid a^T x = b\} \ (a \neq 0)$$

面和　　间

- 面

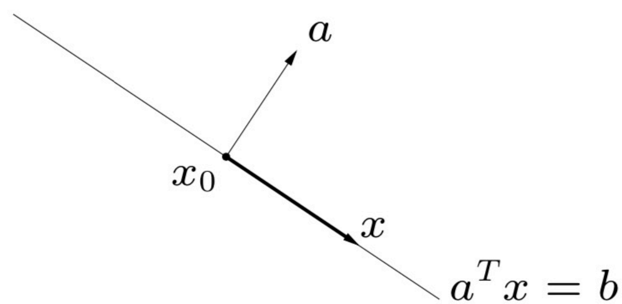
$$\{x \mid a^T x = b\} \ (a \neq 0)$$



面和　　间

- 面

$$\{x \mid a^T x = b\} \ (a \neq 0)$$

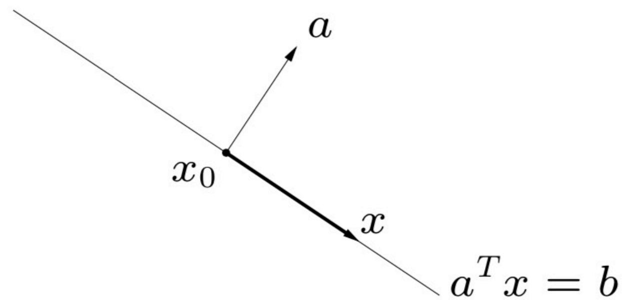


- 间

面和　　间

- 面

$$\{x \mid a^T x = b\} \ (a \neq 0)$$



- 间

$$\{x \mid a^T x \leq b\} \ (a \neq 0)$$

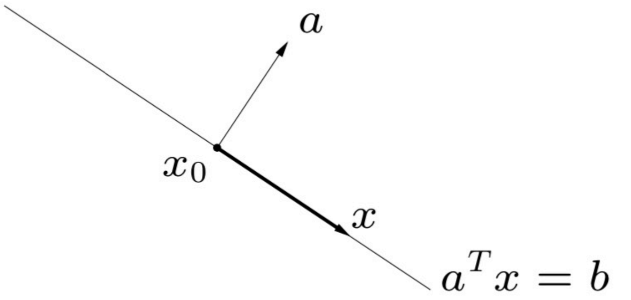
面和　　　间

- 　　面

面和　　间

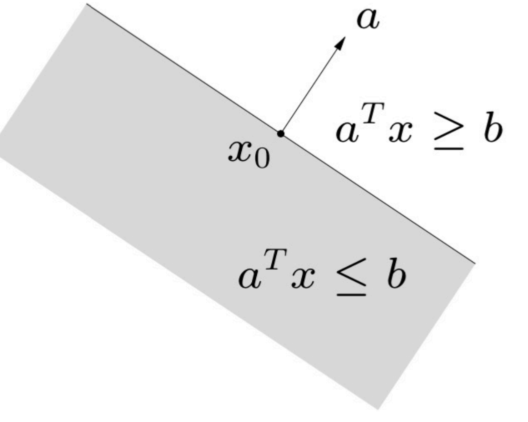
- 面

$$\{x \mid a^T x = b\}\ (a \neq 0)$$



- 间

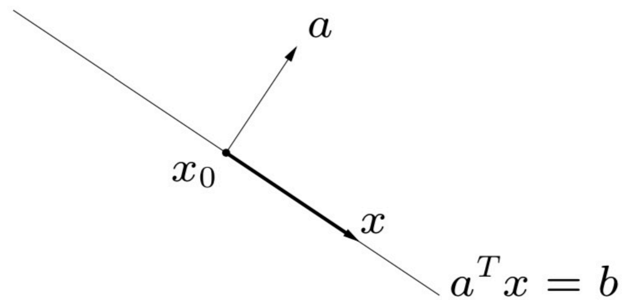
$$\{x \mid a^T x \leq b\}\ (a \neq 0)$$



面和 间

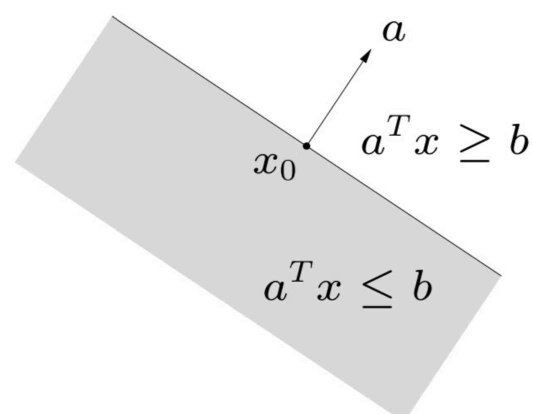
- 面

$$\{x \mid a^T x = b\} \ (a \neq 0)$$



- 间

$$\{x \mid a^T x \leq b\} \ (a \neq 0)$$

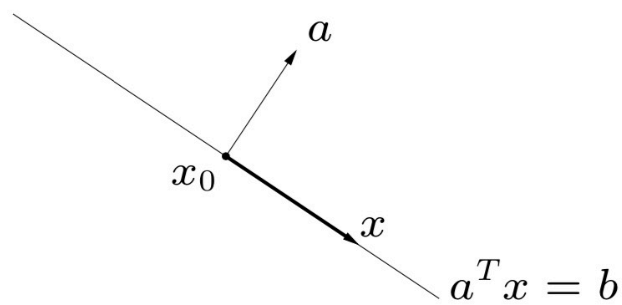


  -
  - 面是 和

面和 间

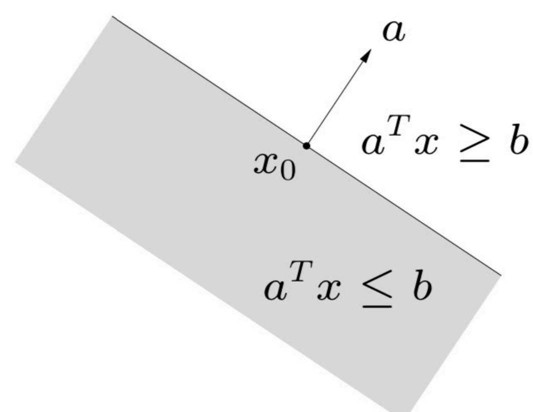
- 面

$$\{x \mid a^T x = b\} \ (a \neq 0)$$



- 间

$$\{x \mid a^T x \leq b\} \ (a \neq 0)$$



- 面是 和
- 间是

和

和

- **(E clid)** 为 心 为

和

- **(E clid)** 为 心 为

$$B(x_c, r) = \{x \mid \|x - x_c\|_2 \le r\} = \{x_c + ru \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

和

- **(E clid)** 为 心 为

$$B(x_c, r) = \{x \mid \|x - x_c\|_2 \le r\} = \{x_c + ru \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

- 明 是

和

- **(E clid)** 为 心 为

$$B(x_c, r) = \{x \mid \|x - x_c\|_2 \le r\} = \{x_c + ru \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

- 明 是

$$\|x_1 - x_c\|_2 \le r \quad \|x_2 - x_c\|_2 \le r \quad 0 \le \theta \le 1$$

和

- (E clid) 为 心 为

$$B(x_c, r) = \{x \mid \|x - x_c\|_2 \le r\} = \{x_c + ru \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

- 明 是

$$\|x_1 - x_c\|_2 \le r \quad \|x_2 - x_c\|_2 \le r \quad 0 \le \theta \le 1$$

$$\|\theta x_1 + (1-\theta)x_2 - x_c\|_2$$

和

- (E clid) 为 心 为

$$B(x_c, r) = \{x \mid \|x - x_c\|_2 \le r\} = \{x_c + ru \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

- 明 是

$$\|x_1 - x_c\|_2 \le r \quad \|x_2 - x_c\|_2 \le r \quad 0 \le \theta \le 1$$

$$\|\theta x_1 + (1-\theta)x_2 - x_c\|_2$$

$$= \|\theta(x_1 - x_c) + (1-\theta)(x_2 - x_c)\|_2$$

和

- (E clid) 为 心 为

$$B(x_c, r) = \{x \mid \|x - x_c\|_2 \le r\} = \{x_c + ru \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

- 明 是

$$\|x_1 - x_c\|_2 \le r \quad \|x_2 - x_c\|_2 \le r \quad 0 \le \theta \le 1$$

$$\begin{aligned} \|\theta x_1 + (1-\theta)x_2 - x_c\|_2 & \\ &= \|\theta(x_1 - x_c) + (1-\theta)(x_2 - x_c)\|_2 \\ &\le \theta\|x_1 - x_c\|_2 + (1-\theta)\|x_2 - x_c\|_2 \end{aligned}$$

和

- (E clid) 为 心 为

$$B(x_c, r) = \{x \mid \|x - x_c\|_2 \le r\} = \{x_c + ru \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

- 明 是

$$\|x_1 - x_c\|_2 \le r \quad \|x_2 - x_c\|_2 \le r \quad 0 \le \theta \le 1$$

$$\begin{aligned}
\|\theta x_1 + (1-\theta)x_2 - x_c\|_2 \\
&= \|\theta(x_1 - x_c) + (1-\theta)(x_2 - x_c)\|_2 \\
&\le \theta\|x_1 - x_c\|_2 + (1-\theta)\|x_2 - x_c\|_2 \\
&\le r
\end{aligned}$$

$$\{x \mid (x - x_c)^T P^{-1} (x - x_c) \leq 1\}$$

$$\{x \mid (x - x_c)^T P^{-1}(x - x_c) \le 1\}$$

- 为对 正定

$$\{x \mid (x - x_c)^T P^{-1} (x - x_c) \leq 1\}$$

- 为对 正定

$$\xi = \{x \mid x^T \begin{Bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix}^{-1} x < 1\}$$

- $$\{x \mid (x - x_c)^T P^{-1} (x - x_c) \leq 1\}$$

  - 为对 正定

- $$\xi = \{x \mid x^T \begin{Bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix}^{-1} x < 1\}$$

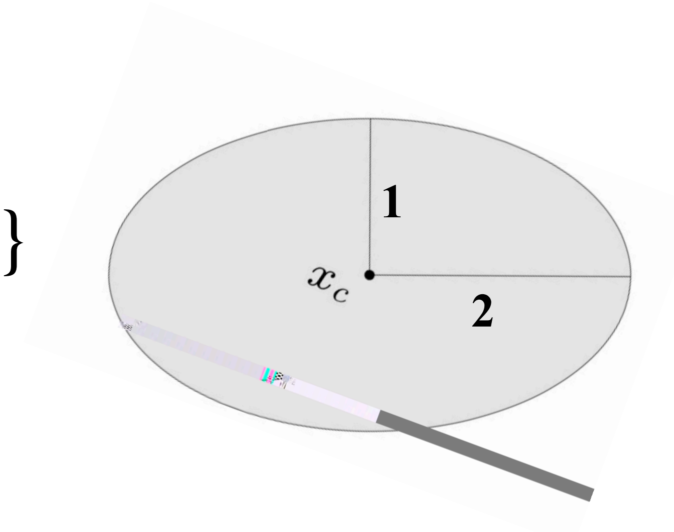
- $$\xi = \{(x_1, x_2) \mid \frac{x_1^2}{4} + x_2^2 < 1\}$$

$$\{x \mid (x - x_c)^T P^{-1} (x - x_c) \leq 1\}$$

为对 正定

$$\xi = \{x \mid x^T \begin{Bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix}^{-1} x < 1\}$$

$$\xi = \{(x_1, x_2) \mid \frac{x_1^2}{4} + x_2^2 < 1\}$$



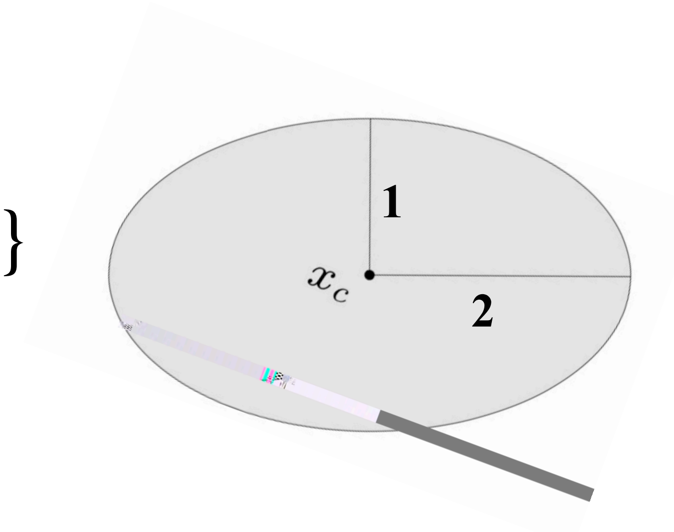
- ❑

$$\{x \mid (x-x_c)^T P^{-1}(x-x_c) \le 1\}$$

- ❖ 为对 正定

- ❑ $\xi = \{x \mid x^T \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} x < 1\}$

- ❑ $\xi = \{(x_1, x_2) \mid \dfrac{x_1^2}{4} + x_2^2 < 1\}$



- ❑ 其他表 $\{x_c + Au \mid \|u\|_2 \le 1\}$ A 的方

和

和

- 如下 的

和

❑

和

- 如下 的

$$\|x\| \geq 0;\ \|x\| = 0 \text{ if and only if } x = 0$$

$$\|tx\| = |t|\,\|x\| \text{ for } t \in \mathbf{R}$$

$$\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

- 为 心 为

和

- 如下 的

  $\|x\| \geq 0$; $\|x\| = 0$ if and only if $x = 0$

  $\|tx\| = |t| \, \|x\|$ for $t \in \mathbf{R}$

  $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

- 为 心 为

  $$\{x \mid \|x - x_c\| \leq r\}$$

和

- 如下 的

$\|x\| \geq 0$; $\|x\| = 0$ if and only if $x = 0$

$\|tx\| = |t| \, \|x\|$ for $t \in \mathbf{R}$

$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

- 为 心 为

$$\{x \mid \|x - x_c\| \leq r\}$$

-

和

- 如下 的

$$\|x\| \geq 0;\ \|x\| = 0 \text{ if and only if } x = 0$$

$$\|tx\| = |t|\,\|x\| \text{ for } t \in \mathbf{R}$$

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

- 为 心 为

$$\{x \mid \|x - x_c\| \leq r\}$$

- $$\{(x, t) \mid \|x\| \leq t\}$$

和

- 如下 的

$$\|x\| \geq 0;\ \|x\| = 0 \text{ if and only if } x = 0$$

$$\|tx\| = |t|\ \|x\| \text{ for } t \in \mathbf{R}$$

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

- 为 心 为

$$\{x \mid \|x - x_c\| \leq r\}$$

- $$\{(x, t) \mid \|x\| \leq t\}$$

- **E clid** 为二

和

- 如下 的

$$\|x\| \geq 0;\ \|x\| = 0 \text{ if and only if } x = 0$$

$$\|tx\| = |t|\ \|x\| \text{ for } t \in \mathbf{R}$$

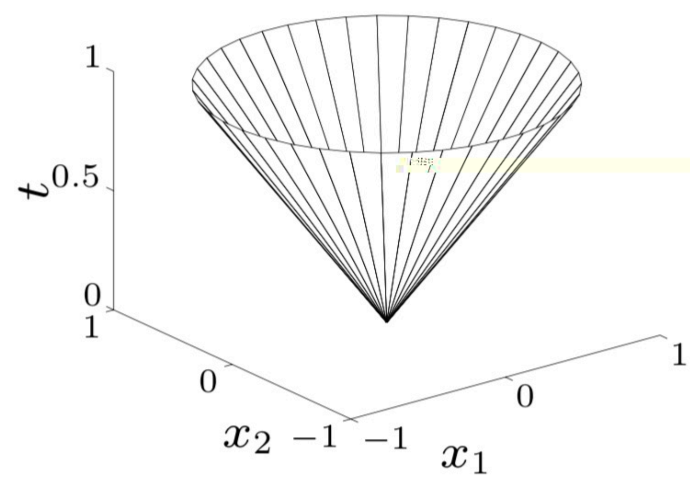
$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

- 为 心 为

$$\{x \mid \|x - x_c\| \leq r\}$$

- $$\{(x, t) \mid \|x\| \leq t\}$$

- **E clid** 为二



和

- 如下 的

$$\|x\| \geq 0;\ \|x\| = 0 \text{ if and only if } x = 0$$

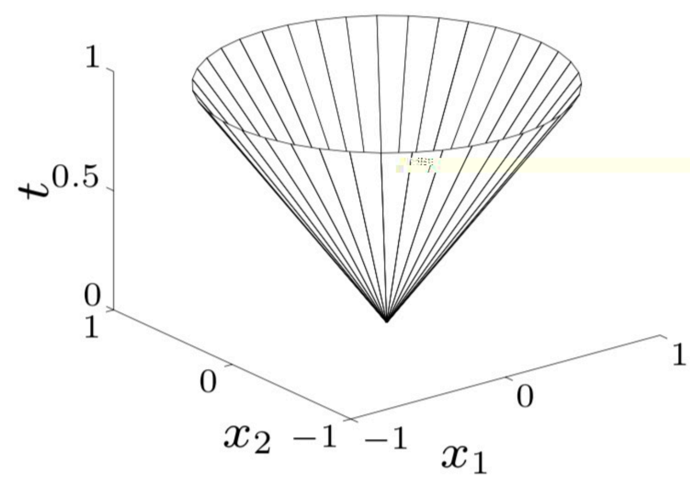
$$\|tx\| = |t|\,\|x\| \text{ for } t \in \mathbf{R}$$

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

- 为 心 为

$$\{x \mid \|x - x_c\| \leq r\}$$

- $$\{(x, t) \mid \|x\| \leq t\}$$



- **E clid** 为二
- 和 为

多面

多面

- 有　个　性等　和不等　的

$$Ax \preceq b, \qquad Cx = d$$

多面

- 有 个 性等 和不等 的

$$Ax \preceq b, \qquad Cx = d$$

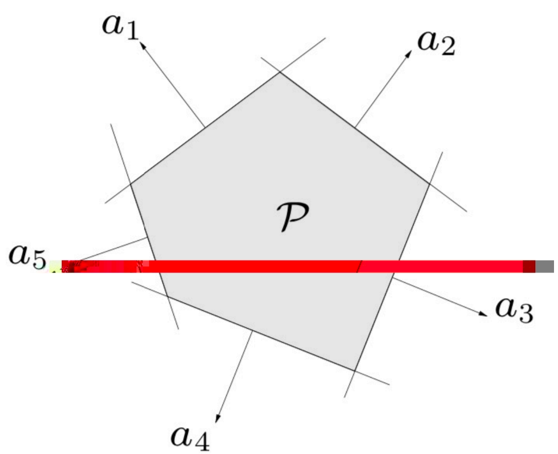
- ($A \in \mathbf{R}^{m\times n}$, $C \in \mathbf{R}^{p\times n}$, $\preceq$ 表)

多面

- 有 个 性等 和不等 的

$$Ax \preceq b, \qquad Cx = d$$

- ($A \in \mathbf{R}^{m\times n}$, $C \in \mathbf{R}^{p\times n}$, $\preceq$ 表)

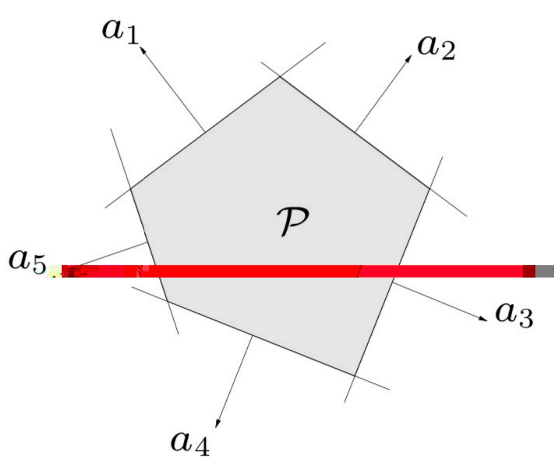


多面

- 有 个 性等 和不等 的

$$Ax \preceq b, \qquad Cx = d$$

- ($A \in \mathbf{R}^{m\times n}$, $C \in \mathbf{R}^{p\times n}$, $\preceq$ 表)



- 多面 是有 个 间和 面的

- R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0
性无关 与上 点相关的 为

❑ R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0

性无关 与上 点相关的 为

$$C = \mathbf{conv}\{v_0, \dots, v_k\} = \{\theta_0 v_0 + \cdots + \theta_k v_k \mid \theta \succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta = 1\}$$

- **R** 间中 **0** **+1**个点 其中 **1- 0** **- 0**
  性无关 与上 点相关的 为

$$C = \mathbf{conv}\{v_0, \ldots, v_k\} = \{\theta_0 v_0 + \cdots + \theta_k v_k \mid \theta \succeq 0, \ \mathbf{1}^T\theta = 1\}$$

- **R^2** 间

- R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0
  性无关 与上 点相关的 为

$$C = \mathbf{conv}\{v_0, \ldots, v_k\} = \{\theta_0 v_0 + \cdots + \theta_k v_k \mid \theta \succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta = 1\}$$

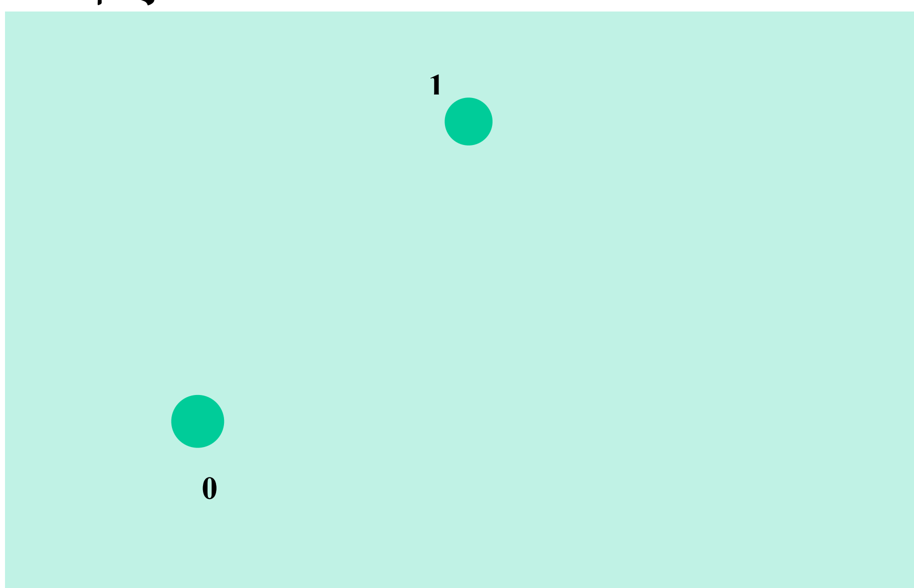
- $\mathbf{R}^2$ 间

❑ R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0

性无关 与上 点相关的 为

$$C=\mathbf{conv}\{v_0,\ldots,v_k\}=\{\theta_0 v_0+\cdots+\theta_k v_k \mid \theta\succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta=1\}$$

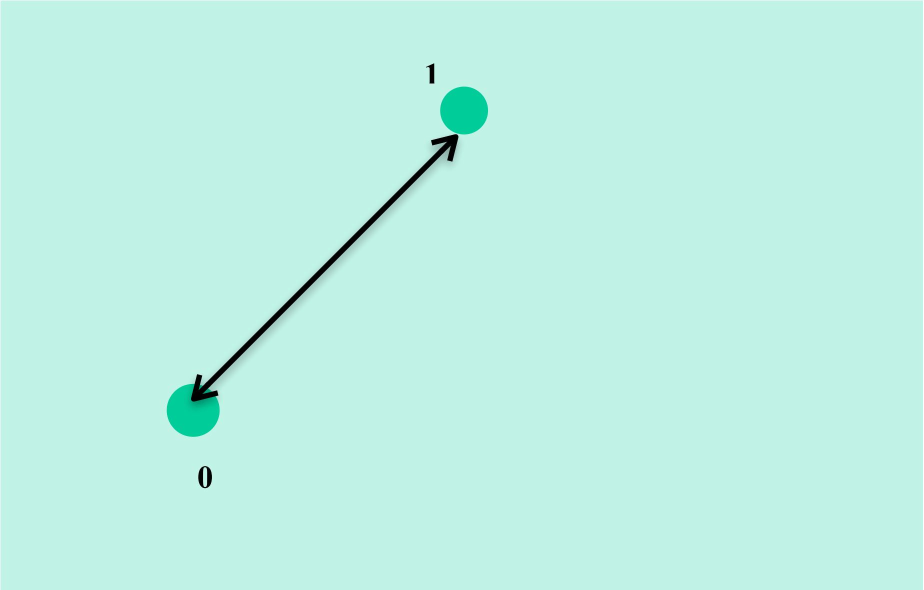
❑ $\mathbf{R}^2$ 间



❑ R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0
性无关 与上 点相关的 为

$$C = \mathbf{conv}\{v_0, \ldots, v_k\} = \{\theta_0 v_0 + \cdots + \theta_k v_k \mid \theta \succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta = 1\}$$

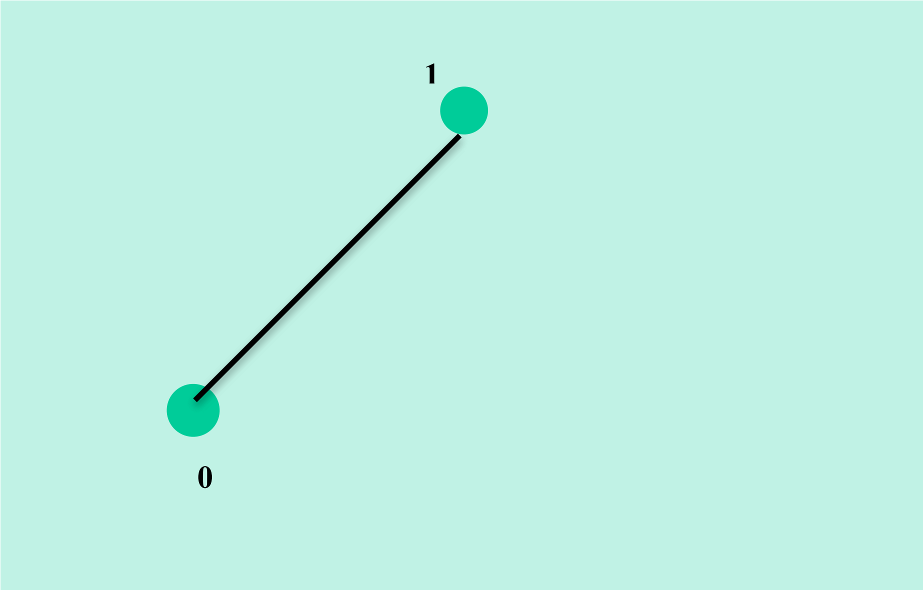
❑ R² 间



- R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0 性无关 与上 点相关的 为

$$C = \mathbf{conv}\{v_0, \ldots, v_k\} = \{\theta_0 v_0 + \cdots + \theta_k v_k \mid \theta \succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta = 1\}$$

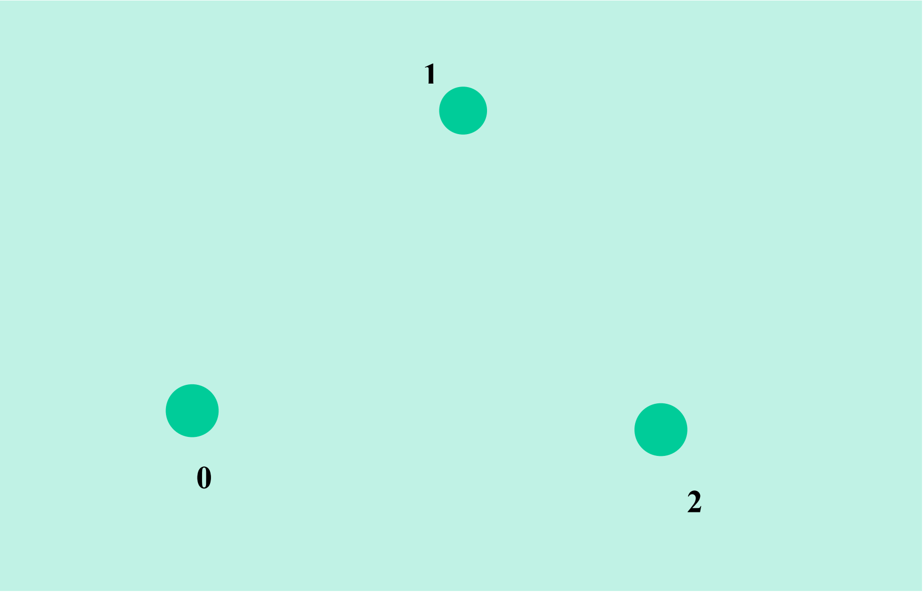
- R^2 间



- R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0 性无关 与上 点相关的 为

$$C = \mathbf{conv}\{v_0, \ldots, v_k\} = \{\theta_0 v_0 + \cdots + \theta_k v_k \mid \theta \succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta = 1\}$$

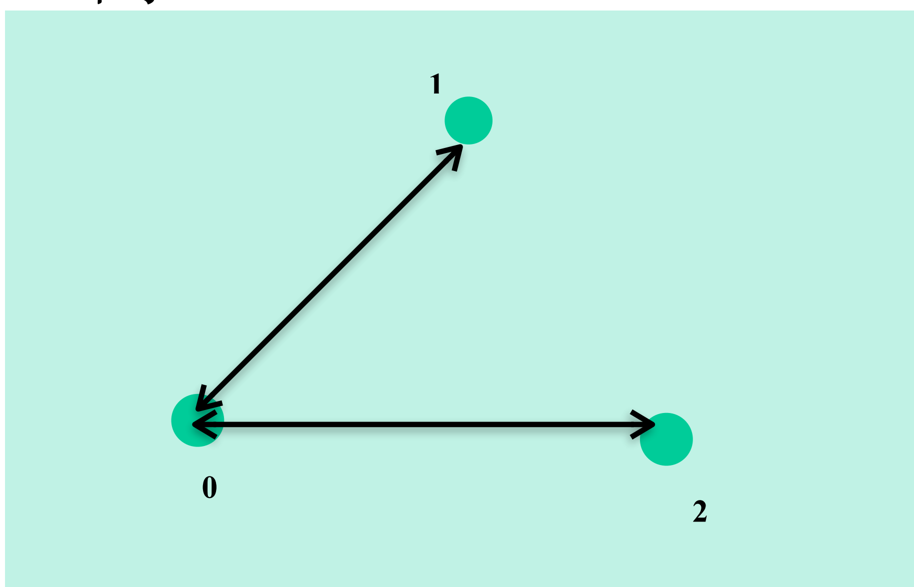
- $\mathbf{R}^2$ 间



- R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0
性无关 与上 点相关的 为

$$C=\mathbf{conv}\{v_0,\ldots,v_k\}=\{\theta_0 v_0+\cdots+\theta_k v_k \mid \theta\succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta=1\}$$

- R² 间



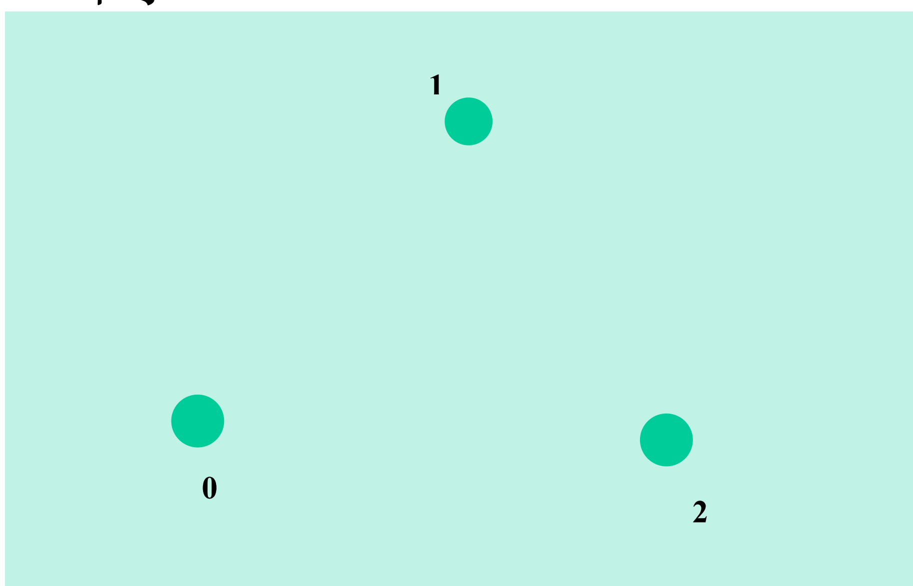
❑ R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0

性无关 与上 □□□

- R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0 性无关 与上 点相关的 为

$$C = \mathbf{conv}\{v_0, \ldots, v_k\} = \{\theta_0 v_0 + \cdots + \theta_k v_k \mid \theta \succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta = 1\}$$

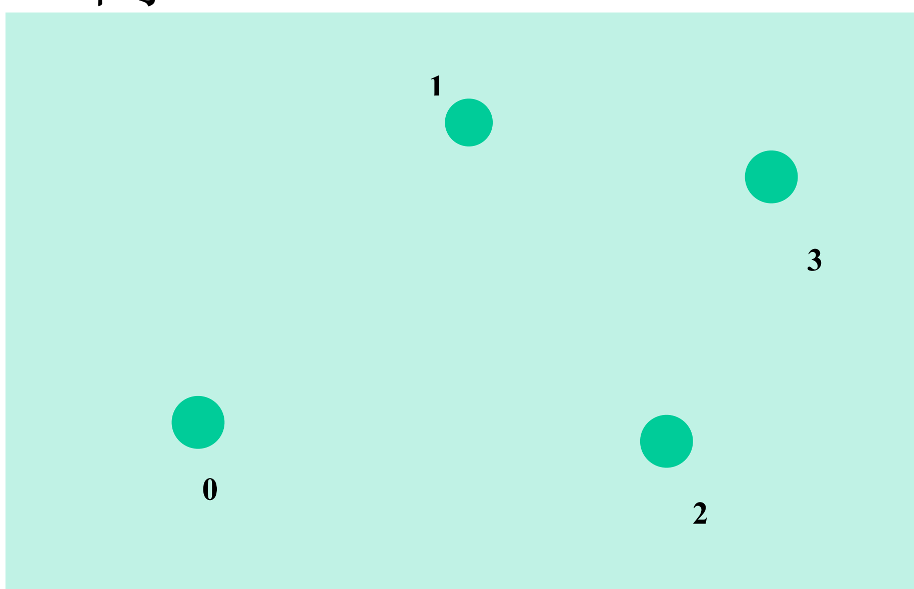
- $\mathbf{R}^2$ 间



- R 间中 0 +1个点 其中 1- 0 - 0
  性无关 与上 点相关的 为

$$C = \mathbf{conv}\{v_0, \ldots, v_k\} = \{\theta_0 v_0 + \cdots + \theta_k v_k \mid \theta \succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta = 1\}$$

- $\mathbf{R}^2$ 间



- **R** 间中 **0** **+1**个点 其中 **1- 0 - 0**
  性无关 与上 点相关的 为

$$C = \mathbf{conv}\{v_0, \ldots, v_k\} = \{\theta_0 v_0 + \cdots + \theta_k v_k \mid \theta \succeq 0,\ \mathbf{1}^T\theta = 1\}$$

- $\mathbf{R}^2$ 间

正定

正定

- $\mathbf{S}^n$是　　对

正定

- $\mathbf{S}^n$是 对
- $\mathbf{S}_+^n = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succeq 0\}$对 正定

正定

- $\mathbf{S}^n$是 对
- $\mathbf{S}_+^n = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succeq 0\}$对 正定
- $\mathbf{S}_{++}^n = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succ 0\}$对 正定

正定

- $\mathbf{S}^n$是　　对
- $\mathbf{S}^n_+ = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succeq 0\}$对　　　正定
- $\mathbf{S}_{++}$ [redacted]对　正定
- 　明　$\mathbf{S}^n_+$是

正定

- $\mathbf{S}^n$是　　对
- $\mathbf{S}^n_+ = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succeq 0\}$对　　　正定
- $\mathbf{S}^n_{++}$ [redacted] 对　正定
- 　明　$\mathbf{S}^n_+$是
  - 等　　　　$\theta_1, \theta_2 \geq 0$　$A,\ B \in \mathbf{S}^n_+$　$\theta_1 A + \theta_2 B \in \mathbf{S}^n_+$

正定

- $\mathbf{S}^n$是 对
- $\mathbf{S}_+^n = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succeq 0\}$对 正定
- $\mathbf{S}_{++}$[redacted]对 正定
- 明 $\mathbf{S}_+^n$是
  - 等 $\theta_1, \theta_2 \geq 0$ $A,\ B \in \mathbf{S}_+^n$ $\theta_1 A + \theta_2 B \in \mathbf{S}_+^n$
  - 正定 A 对 意 有 A **≥0**

正定

- $\mathbf{S}^n$是 对
- $\mathbf{S}^n_+ = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succeq 0\}$对 正定
- $\mathbf{S}_{++}$ [redacted]对 正定
- 明 $\mathbf{S}^n_+$是
  - 等 $\theta_1, \theta_2 \geq 0$ $A,\ B \in \mathbf{S}^n_+$ $\theta_1 A + \theta_2 B \in \mathbf{S}^n_+$
  - 正定 A 对 意 有 A **≥0**
  - 有 A **≥0** B **≥0**

正定

- $\mathbf{S}^n$是 对
- $\mathbf{S}^n_+ = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succeq 0\}$对 正定
- $\mathbf{S}^n_{++} = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succ 0\}$对 正定
- 明 $\mathbf{S}^n_+$是
  - 等 $\theta_1, \theta_2 \geq 0$ $A,\ B \in \mathbf{S}^n_+$ $\theta_1 A + \theta_2 B \in \mathbf{S}^n_+$
  - 正定 A 对 意 有 A **≥0**
  - 有 A **≥0** B **≥0**

$$x^T(\theta_1 A + \theta_2 B)x$$

正定

- $\mathbf{S}^n$是 对
- $\mathbf{S}^n_+ = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succeq 0\}$对 正定
- $\mathbf{S}^n_{++} = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succ 0\}$对 正定
- 明 $\mathbf{S}^n_+$是
  - 等 $\theta_1, \theta_2 \geq 0$ $A,\ B \in \mathbf{S}^n_+$ $\theta_1 A + \theta_2 B \in \mathbf{S}^n_+$
  - 正定 A 对 意 有 A **≥0**
  - 有 A **≥0** B **≥0**

$$x^T(\theta_1 A + \theta_2 B)x = \theta_1 x^T A x + \theta_2 x^T B x$$

正定

- $\mathbf{S}^n$是 对
- $\mathbf{S}_+^n = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succeq 0\}$对 正定
- $\mathbf{S}_{++}^n = \{X \in \mathbf{S}^n \mid X \succ 0\}$对 正定
- 明 $\mathbf{S}_+^n$是
  - 等 $\theta_1, \theta_2 \geq 0$ $A,\ B \in \mathbf{S}_+^n$ $\theta_1 A + \theta_2 B \in \mathbf{S}_+^n$
  - 正定 A 对 意 有 $A \geq 0$
  - 有 $A \geq 0$ $B \geq 0$

$$x^T(\theta_1 A + \theta_2 B)x = \theta_1 x^T A x + \theta_2 x^T B x$$
$$\geq 0$$

正定

正定

- =1时

正定

- =1时
  - 对　　　　　　是实

正定

- =1时
  - 对 是实
  - 对 正定 为 实

正定

- =1时
  - 对 是实
  - 对 正定 为 实
  - 对 正定 为正实

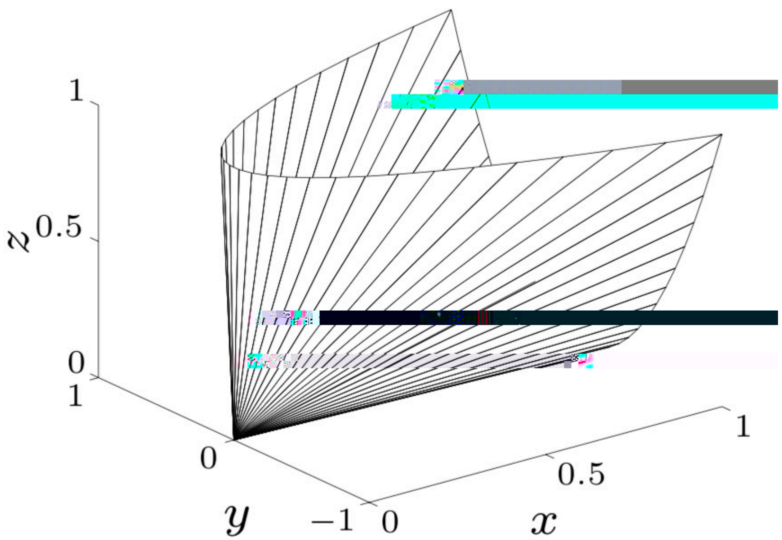
正定

- =1时
  - 对 是实
  - 对 正定 为 实
  - 对 正定 为正实
- =2时

正定

- =1时
  - 对 是实
  - 对 正定 为 实
  - 对 正定 为正实
- =2时

$$\begin{bmatrix} x & y \\ y & z \end{bmatrix} \in \mathbf{S}_{+}^{2}$$



- 如 定 C是

- 如　　　定　　　C是
- 方　**1:**　用定

$$x_1, x_2 \in C, \quad 0 \le \theta \le 1 \quad \Longrightarrow \quad \theta x_1 + (1-\theta)x_2 \in C$$

- 如 定 C是
- 方 **1:** 用定

$$x_1, x_2 \in C, \quad 0 \le \theta \le 1 \quad \Longrightarrow \quad \theta x_1 + (1-\theta) x_2 \in C$$

- 方 **2:**是 可 过对一些 的 (面 间 等) 行 获 C

- 如　　定　　C是
- 方　**1:**　用定

$$x_1, x_2 \in C, \quad 0 \le \theta \le 1 \quad \Longrightarrow \quad \theta x_1 + (1-\theta)x_2 \in C$$

- 方　**2:**是　可　过对一些　　的　**(**　　面
  间　　　　等**)**　行　　　获　　C

- 如 定 C是
- 方 **1:** 用定

$$x_1, x_2 \in C, \quad 0 \le \theta \le 1 \quad \Longrightarrow \quad \theta x_1 + (1-\theta)x_2 \in C$$

- 方 **2:**是 可 过对一些 的 **(** 面 间 等**)** 行 获 C
  -
  -

- 如　　定　　*C*是
- 方　**1:**　用定

$$x_1, x_2 \in C, \quad 0 \le \theta \le 1 \quad \Longrightarrow \quad \theta x_1 + (1-\theta)x_2 \in C$$

- 方　**2:**是　可　过对一些　　的　**(**　　面
  间　　　　等**)**　行　　　获　　*C*
  -
  -
  -

- 如 定 C是
- 方 **1:** 用定

$$x_1, x_2 \in C, \quad 0 \le \theta \le 1 \quad \Longrightarrow \quad \theta x_1 + (1-\theta) x_2 \in C$$

- 方 **2:**是 可 过对一些 的 (面 间 等) 行 获 C
  -
  -
  -
  - 性分

- 意 的 的 为

- 意 的 的 为
-

- 意 的 的 为
-

$$S = \{x \in \mathbf{R}^m \mid |p(t)| \leq 1 \text{ for } |t| \leq \pi/3\}$$

- 意 的 的 为

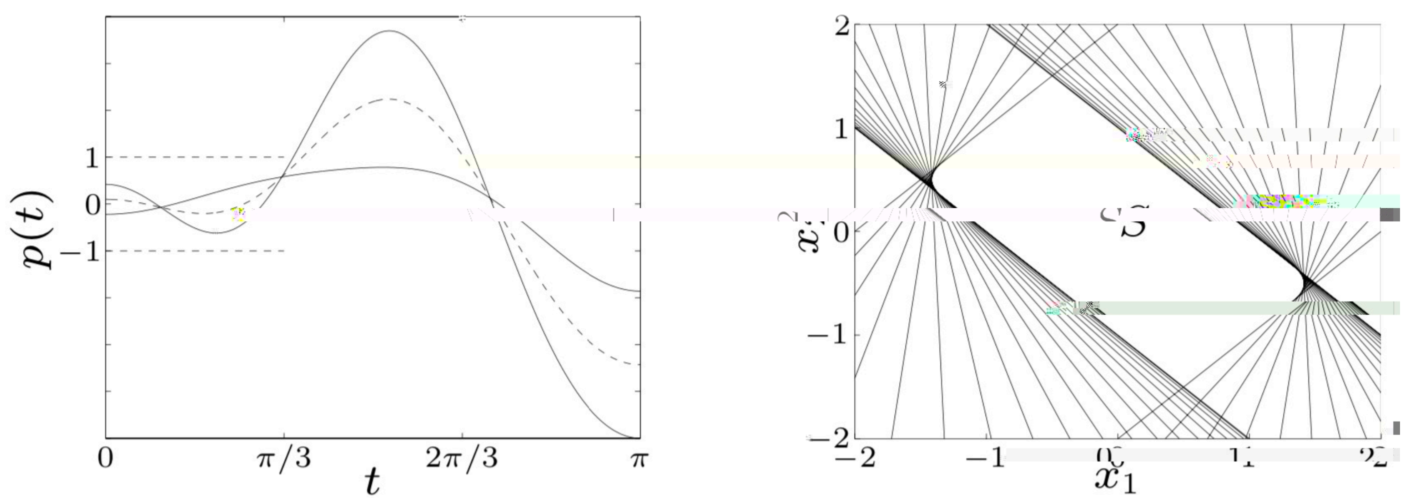
- $$S = \{x \in \mathbf{R}^m \mid |p(t)| \leq 1 \text{ for } |t| \leq \pi/3\}$$

-

- 意 的 的 为
- $$S = \{x \in \mathbf{R}^m \mid |p(t)| \leq 1 \text{ for } |t| \leq \pi/3\}$$
- $$p(t) = x_1 \cos t + x_2 \cos 2t + \cdots + x_m \cos mt$$

- 意 的 的 为
-
$$S = \{x \in \mathbf{R}^m \mid |p(t)| \le 1 \text{ for } |t| \le \pi/3\}$$
- $$p(t) = x_1 \cos t + x_2 \cos 2t + \cdots + x_m \cos mt$$
- **= 2 :**

- 意 的 的 为
-
  $$S=\{x\in\mathbf{R}^m \mid |p(t)|\le 1 \text{ for } |t|\le \pi/3\}$$
- $$p(t)=x_1\cos t+x_2\cos 2t+\cdots+x_m\cos mt$$
- **= 2 :**



- $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ 为 $f(x) = Ax + b$ 其中

$$A \in \mathbf{R}^{m\times n},\ b \in \mathbf{R}^m$$

- $f:\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ 为 $f(x) = Ax + b$ 其中 $A \in \mathbf{R}^{m\times n}$, $b \in \mathbf{R}^m$
- 在 下的 为

- $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ 为 $f(x) = Ax + b$ 其中

$$A \in \mathbf{R}^{m \times n},\ b \in \mathbf{R}^m$$

- 在 下的 为

$S \subseteq \mathbf{R}^n$ 为 $\Longrightarrow$ $f(S) = \{f(x) \mid x \in S\}$ 为

- $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ 为 $f(x) = Ax + b$ 其中 $A \in \mathbf{R}^{m \times n},\ b \in \mathbf{R}^m$
- 在 下的 为

  $S \subseteq \mathbf{R}^n$ 为 $\Longrightarrow$ $f(S) = \{f(x) \mid x \in S\}$ 为 ,
- 的 在 下的 为

- $f:\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ 为 $f(x) = Ax + b$ 其中

$$A \in \mathbf{R}^{m\times n},\ b \in \mathbf{R}^m$$

- 在 下的 为

$S \subseteq \mathbf{R}^n$ 为 $\Longrightarrow$ $f(S) = \{f(x) \mid x \in S\}$ 为

- 的 在 下的 为

$C \subseteq \mathbf{R}^m$ 为 $\Longrightarrow$ $f^{-1}(C) = \{x \in \mathbf{R}^n \mid f(x) \in C\}$ 为

- $f: \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ 为 $f(x) = Ax + b$ 其中 $A \in \mathbf{R}^{m \times n},\ b \in \mathbf{R}^m$
- 在 下的 为

  $S \subseteq \mathbf{R}^n$ 为 $\Longrightarrow$ $f(S) = \{f(x) \mid x \in S\}$ 为
- 的 在 下的 为

  $C \subseteq \mathbf{R}^m$ 为 $\Longrightarrow$ $f^{-1}(C) = \{x \in \mathbf{R}^n \mid f(x) \in C\}$ 为
-

- $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ 为 $f(x) = Ax + b$ 其中 $A \in \mathbf{R}^{m\times n},\ b \in \mathbf{R}^m$
- 在 下的 为
  $S \subseteq \mathbf{R}^n$ 为 $\Longrightarrow$ $f(S) = \{f(x) \mid x \in S\}$ 为
- 的 在 下的 为
  $C \subseteq \mathbf{R}^m$ 为 $\Longrightarrow$ $f^{-1}(C) = \{x \in \mathbf{R}^n \mid f(x) \in C\}$ 为
-
  - 放 $\alpha S = \{\alpha x \mid x \in S\}$

- $f:\mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ 为 $f(x)=Ax+b$ 其中 $A\in\mathbf{R}^{m\times n},\ b\in\mathbf{R}^m$
- 在 下的 为
  $S\subseteq\mathbf{R}^n$ 为 $\Longrightarrow$ $f(S)=\{f(x)\mid x\in S\}$ 为
- 的 在 下的 为
  $C\subseteq\mathbf{R}^m$ 为 $\Longrightarrow$ $f^{-1}(C)=\{x\in\mathbf{R}^n\mid f(x)\in C\}$ 为
-
  - 放 $\alpha S=\{\alpha x\mid x\in S\}$
  - $S+a=\{x+a\mid x\in S\}$

- $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$ 为 $f(x) = Ax + b$ 其中 $A \in \mathbf{R}^{m\times n},\ b \in \mathbf{R}^m$
- 在 下的 为
  $S \subseteq \mathbf{R}^n$ 为 $\Longrightarrow$ $f(S) = \{f(x) \mid x \in S\}$ 为 ,
- 的 在 下的 为
  $C \subseteq \mathbf{R}^m$ 为 $\Longrightarrow$ $f^{-1}(C) = \{x \in \mathbf{R}^n \mid f(x) \in C\}$ 为
-
  - 放 $\alpha S = \{\alpha x \mid x \in S\}$
  - $S + a = \{x + a \mid x \in S\}$
  - $T = \{x_1 \in \mathbf{R}^m \mid (x_1, x_2) \in S \text{ for some } x_2 \in \mathbf{R}^n\}$

- 两个 的和是 的

- 两个　　　的和是　的

$$S_1 + S_2 = \{x + y \mid x \in S_1,\ y \in S_2\}$$

- 两个　　　的和是　的

$$S_1 + S_2 = \{x + y \mid x \in S_1,\ y \in S_2\}$$

$$S_1 \times S_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \in S_1,\ x_2 \in S_2\}$$

❑ 两个 的和是 的

$$S_1 + S_2 = \{x + y \mid x \in S_1,\ y \in S_2\}$$

$$S_1 \times S_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \in S_1,\ x_2 \in S_2\}$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

- 两个 的和是 的

$$S_1 + S_2 = \{x + y \mid x \in S_1,\ y \in S_2\}$$

$$S_1 \times S_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \in S_1,\ x_2 \in S_2\}$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

- 性 不等 的 $A_i, B \in \mathbf{S}^p$

$$\{x \mid x_1 A_1 + \cdots + x_m A_m \preceq B\}$$

- 两个 的和是 的

$$S_1 + S_2 = \{x + y \mid x \in S_1,\ y \in S_2\}$$

$$S_1 \times S_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \in S_1,\ x_2 \in S_2\}$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

- 性 不等 的 $A_i, B \in \mathbf{S}^p$

$$\{x \mid x_1 A_1 + \cdots + x_m A_m \preceq B\}$$

$$A(x) = x_1 A_1 + \cdots + x_n A_n \preceq B$$

- 两个　　　的和是　的

$$S_1 + S_2 = \{x + y \mid x \in S_1,\ y \in S_2\}$$

$$S_1 \times S_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \in S_1,\ x_2 \in S_2\}$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

- 　性　　不等　的　$A_i, B \in \mathbf{S}^p$

$$\{x \mid x_1 A_1 + \cdots + x_m A_m \preceq B\}$$

$$A(x) = x_1 A_1 + \cdots + x_n A_n \preceq B$$

$$f(x) = B - A(x)$$

- 两个 的和是 的

$$S_1 + S_2 = \{x + y \mid x \in S_1,\ y \in S_2\}$$

$$S_1 \times S_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \in S_1,\ x_2 \in S_2\}$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

- 性 不等 的 $A_i, B \in \mathbf{S}^p$

$$\{x \mid x_1 A_1 + \cdots + x_m A_m \preceq B\}$$

$$A(x) = x_1 A_1 + \cdots + x_n A_n \preceq B$$

$$f(x) = B - A(x) \qquad f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{S}^m$$

- 两个 的和是 的

$$S_1 + S_2 = \{x + y \mid x \in S_1,\ y \in S_2\}$$

$$S_1 \times S_2 = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \in S_1,\ x_2 \in S_2\}$$

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

- 性 不等 的 $A_i, B \in \mathbf{S}^p$

$$\{x \mid x_1 A_1 + \cdots + x_m A_m \preceq B\}$$

$$A(x) = x_1 A_1 + \cdots + x_n A_n \preceq B$$

$$f(x) = B - A(x) \qquad f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{S}^m$$

$$f(x) \in \mathbf{S}_+^n$$

- 是　的

- 是 的

$$\mathcal{E} = \{x \mid (x - x_c)^T P^{-1}(x - x_c) \le 1\}$$

- 是 的

$$\mathcal{E} = \{x \mid (x - x_c)^T P^{-1}(x - x_c) \le 1\} \quad P \in \mathbf{S}^n_{++}$$

- 是 的

$$\mathcal{E} = \{x \mid (x - x_c)^T P^{-1} (x - x_c) \leq 1\} \; P \in \mathbf{S}^n_{++}$$

$$\{u \mid \|u\|_2 \leq 1\}$$

- 是 的

$$\mathcal{E} = \{x \mid (x - x_c)^T P^{-1}(x - x_c) \le 1\} \ P \in \mathbf{S}^n_{++}$$

$$\{u \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

$$f(u) = P^{1/2}u + x_c$$

- 是　的

$$\mathcal{E} = \{x \mid (x - x_c)^T P^{-1}(x - x_c) \leq 1\} \; P \in \mathbf{S}_{++}^n$$

$$\{u \mid \|u\|_2 \leq 1\}$$

$$f(u) = P^{1/2}u + x_c$$

$$\{f(u) \mid \|u\|_2 < 1\}$$

- 是 的

$$\mathcal{E} = \{x \mid (x - x_c)^T P^{-1} (x - x_c) \le 1\} \; P \in \mathbf{S}^n_{++}$$

$$\{u \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

$$f(u) = P^{1/2} u + x_c$$

$$\{f(u) \mid \|u\|_2 < 1\}$$

$$= \{P^{1/2} u + x_c \mid \|u\|_2 < 1\} \qquad x = P^{1/2} u + x_c$$

- 是 的

$$\mathcal{E} = \{x \mid (x - x_c)^T P^{-1} (x - x_c) \le 1\} \quad P \in \mathbf{S}^n_{++}$$

$$\{u \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

$$f(u) = P^{1/2} u + x_c$$

$$\{f(u) \mid \|u\|_2 < 1\}$$

$$= \{P^{1/2}u + x_c \mid \|u\|_2 < 1\} \qquad x = P^{1/2}u + x_c$$

$$= \{x \mid \|P^{-1/2}(x - x_c)\|_2 < 1\}$$

- 是 的

$$\mathcal{E} = \{x \mid (x - x_c)^T P^{-1}(x - x_c) \le 1\} \quad P \in \mathbf{S}^n_{++}$$

$$\{u \mid \|u\|_2 \le 1\}$$

$$f(u) = P^{1/2}u + x_c$$

$$\{f(u) \mid \|u\|_2 < 1\}$$

$$= \{P^{1/2}u + x_c \mid \|u\|_2 < 1\} \qquad x = P^{1/2}u + x_c$$

$$= \{x \mid \|P^{-1/2}(x - x_c)\|_2 < 1\}$$

$$= \{x \mid (x - x_c)^T P^{-1}(x - x_c) < 1\}$$

$$P : \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}^n$$

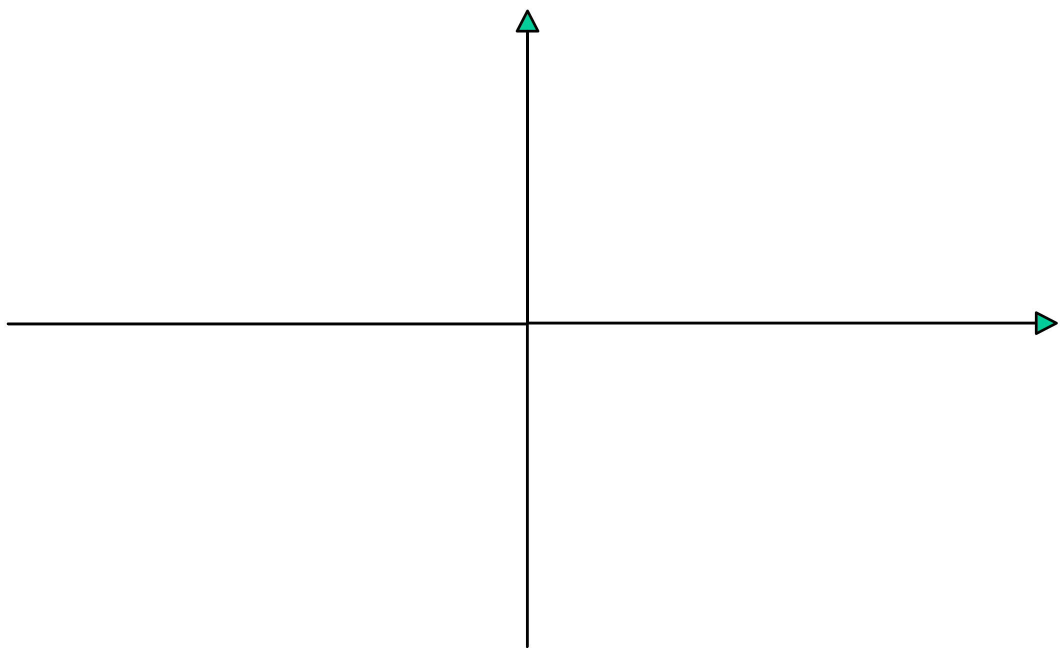
$$P(x,t) = x/t, \qquad \mathbf{dom}\, P = \{(x,t) \mid t > 0\}$$

- $$P : \mathbf{R}^{n+1} \rightarrow \mathbf{R}^n$$
  $$P(x,t) = x/t, \qquad \mathbf{dom}\, P = \{(x,t) \mid t > 0\}$$
- 在 下的 和 为

$$P : \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}^{n}$$

$$P(x,t) = x/t, \qquad \mathbf{dom}\, P = \{(x,t) \mid t > 0\}$$

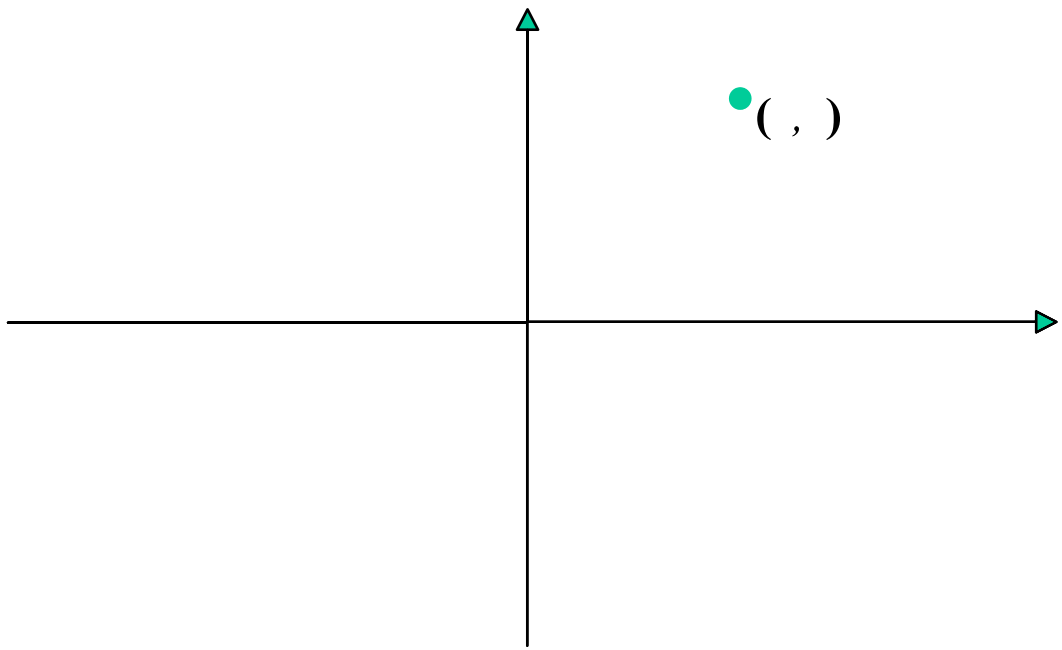
在 下的 和 为



- $$P : \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}^n$$

$$P(x,t) = x/t, \qquad \mathbf{dom}\, P = \{(x,t) \mid t > 0\}$$

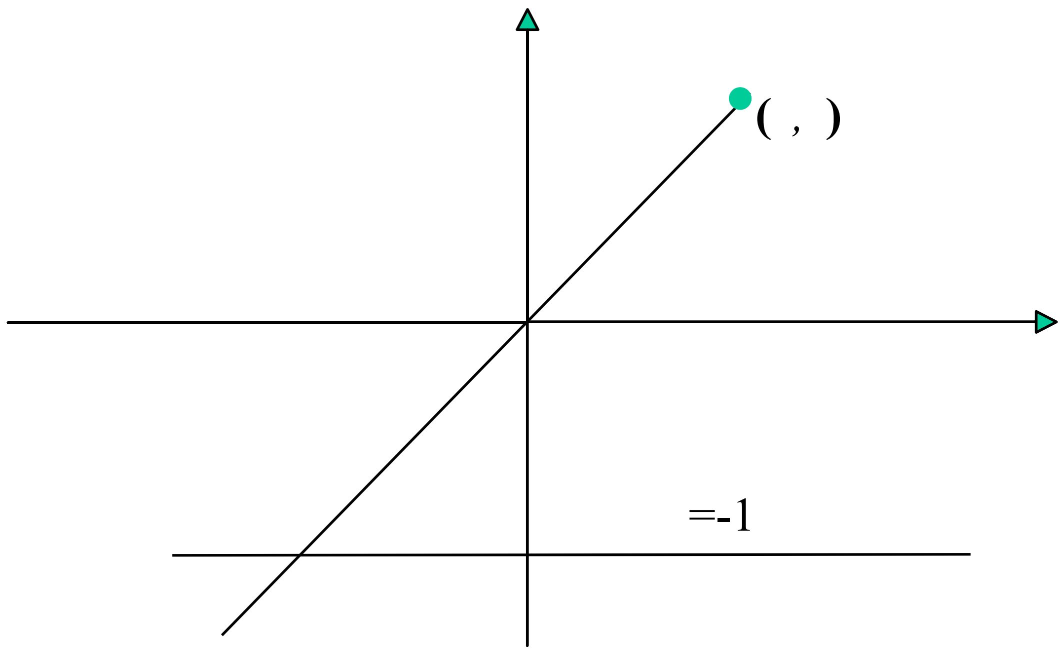
- 在　　　　　　　下的　和　　　　　为



- $$P: \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}^n$$

  $$P(x,t) = x/t, \qquad \mathbf{dom}\, P = \{(x,t) \mid t > 0\}$$

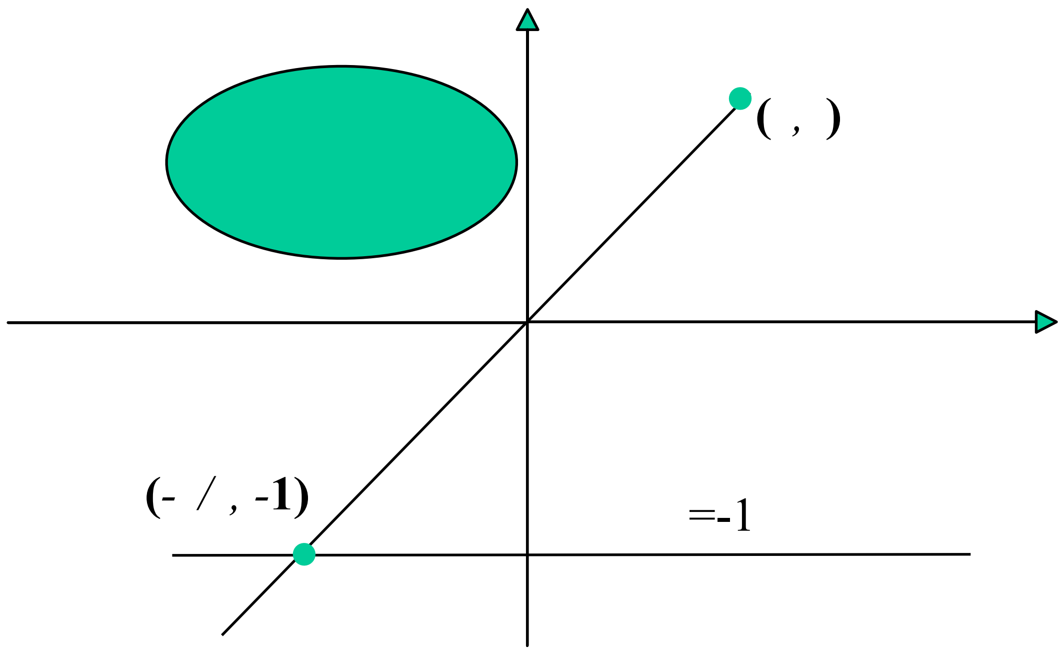
- 在 下的 和 为



$$P: \mathbf{R}^{n+1} \to \mathbf{R}^n$$

$$P(x,t) = x/t, \qquad \mathbf{dom}\, P = \{(x,t) \mid t > 0\}$$

在 下的 和 为



❑ R^{n+1} 起点为 =(, $_{+1}$), =(, $_{+1}$)

- R^{n+1} 起点为 =(， $_{+1}$)，=(， $_{+1}$)
- 表 $0 < \theta < 1$ $\theta X + (1 \quad \theta)Y$

- R^{n+1} 起点为 =(, $_{+1}$), =(, $_{+1}$)
- 表 $0 < \theta < 1$ $\theta X + (1 \quad \theta)Y$
- 明 变 下 为

- R^{n+1} 起点为 =(, $_{+1}$), =(, $_{+1}$)
- 表 $0 < \theta < 1$ $\theta X + (1 \quad \theta)Y$
- 明 变 下 为
- 点 和 的 其 变

- R^{n+1} 起点为 =(, $_{+1}$), =(, $_{+1}$)
- 表 $0 < \theta < 1$ $\theta X + (1 - \theta)Y$
- 明 变 下 为
- 点 和 的 其 变
- $$P(\theta X + (1 - \theta)Y) = \frac{\theta x + (1 - \theta)y}{\theta x_{n+1} + (1 - \theta)y_{n+1}}$$

- R^{n+1} 起点为 =(, $_{+1}$), =(, $_{+1}$)
- 表 $0 < \theta < 1$ $\theta X + (1-\theta)Y$
- 明 变 下 为
- 点 和 的 其 变
- $P(\theta X + (1-\theta)Y) = \dfrac{\theta x + (1-\theta)y}{\theta x_{n+1} + (1-\theta)y_{n+1}}$

$$= \frac{\theta x_{n+1}}{\theta x_{n+1} + (1-\theta)y_{n+1}} \frac{x}{x_{n+1}} + \frac{\theta y_{n+1}}{\theta x_{n+1} + (1-\theta)y_{n+1}} \frac{y}{y_{n+1}}$$

- R^{n+1} 起点为 =(, $_{+1}$), =(, $_{+1}$)
- 表 $0 < \theta < 1$ $\theta X + (1 - \theta)Y$
- 明 变 下 为
- 点 和 的 其 变
- $$P(\theta X + (1 - \theta)Y) = \frac{\theta x + (1 - \theta)y}{\theta x_{n+1} + (1 - \theta)y_{n+1}}$$

$$= \frac{\theta x_{n+1}}{\theta x_{n+1} + (1 - \theta)y_{n+1}} \frac{x}{x_{n+1}} + \frac{\theta y_{n+1}}{\theta x_{n+1} + (1 - \theta)y_{n+1}} \frac{y}{y_{n+1}}$$

$$= \mu \quad P(X) + \quad (1 - \mu) \quad P(Y)$$

- R^{n+1} 起点为 =(, +1), =(, +1)
- 表 $0 < \theta < 1$ $\theta X + (1 - \theta)Y$
- 明 变 下 为
- 点 和 的 其 变
- $P(\theta X + (1 - \theta)Y) = \dfrac{\theta x + (1 - \theta)y}{\theta x_{n+1} + (1 - \theta)y_{n+1}}$

$$= \frac{\theta x_{n+1}}{\theta x_{n+1} + (1 - \theta)y_{n+1}} \frac{x}{x_{n+1}} + \frac{\theta y_{n+1}}{\theta x_{n+1} + (1 - \theta)y_{n+1}} \frac{y}{y_{n+1}}$$

$$= \mu \quad P(X) + \quad (1 - \mu) \quad P(Y)$$

$0 < \mu < 1$

- 明 C在 下的 为

$$P^{-1}(C) = \{(x,t) \in \mathbf{R}^{n+1} \mid x/t \in C,\ t > 0\}$$

- 明 C在 下的 为

$$P^{-1}(C) = \{(x,t) \in \mathbf{R}^{n+1} \mid x/t \in C,\ t > 0\}$$

- $(x,t) \in P^{-1}(C)$ $(y,s) \in P^{-1}(C)$ $0 \le \theta \le 1$
- 明

- 明 C在 下的 为

$$P^{-1}(C) = \{(x,t) \in \mathbf{R}^{n+1} \mid x/t \in C,\ t > 0\}$$

- $(x,t) \in P^{-1}(C)$ $(y,s) \in P^{-1}(C)$ $0 \le \theta \le 1$
- 明 $\theta(x,t) + (1-\theta)(y,s) \in P^{-1}(C)$
- 等 于 $\dfrac{\theta x + (1-\theta) y}{\theta t + (1-\theta) s} \in C$

- 明　　　　C在　　　　　　下的　　　为

$$P^{-1}(C)=\{(x,t)\in\mathbf{R}^{n+1}\mid x/t\in C,\ t>0\}$$

- $(x,t)\in P^{-1}(C)$　$(y,s)\in P^{-1}(C)$　$0\le\theta\le 1$
- 明 $\theta(x,t)+(1-\theta)(y,s)\in P^{-1}(C)$
- 等　于 $\dfrac{\theta x+(1-\theta)y}{\theta t+(1-\theta)s}\in C$

$$\frac{\theta x+(1-\theta)y}{\theta t+(1-\theta)s}=\mu(x/t)+(1-\mu)(y/s)$$

- 明 C在 下的 为

$$P^{-1}(C) = \{(x,t) \in \mathbf{R}^{n+1} \mid x/t \in C,\ t>0\}$$

- $(x,t) \in P^{-1}(C)$ $(y,s) \in P^{-1}(C)$ $0 \le \theta \le 1$
- 明 $\theta(x,t)+(1-\theta)(y,s) \in P^{-1}(C)$
- 等 于 $\dfrac{\theta x+(1-\theta)y}{\theta t+(1-\theta)s} \in C$

$$\frac{\theta x+(1-\theta)y}{\theta t+(1-\theta)s} = \mu(x/t)+(1-\mu)(y/s)$$

$$\mu = \frac{\theta t}{\theta t+(1-\theta)s} \in [0,1]$$

性分

性分

- 性分 $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$

性分

- 性分 $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$

$$f(x) = \frac{Ax+b}{c^T x + d}, \qquad \mathbf{dom}\, f = \{x \mid c^T x + d > 0\}$$

性分

- 性分 $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$

$$f(x) = \frac{Ax + b}{c^T x + d}, \qquad \mathbf{dom}\, f = \{x \mid c^T x + d > 0\}$$

- 和 的 $f = P \circ g$

性分

- 性分 $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$

$$f(x) = \frac{Ax + b}{c^T x + d}, \qquad \mathbf{dom}\, f = \{x \mid c^T x + d > 0\}$$

- 和 的 $f = P \circ g$
  - $g : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^{m+1}$

性分

- 性分 $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$

$$f(x) = \frac{Ax+b}{c^T x + d}, \qquad \mathbf{dom}\, f = \{x \mid c^T x + d > 0\}$$

- 和 的 $f = P \circ g$
  - $g : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^{m+1}$

$$g(x) = \left[\begin{array}{c} A \\ c^T \end{array}\right] x + \left[\begin{array}{c} b \\ d \end{array}\right]$$

性分

- 性分 $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^m$

$$f(x) = \frac{Ax+b}{c^T x + d}, \qquad \mathbf{dom}\, f = \{x \mid c^T x + d > 0\}$$

- 和 的 $f = P \circ g$
  - $g : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^{m+1}$

$$g(x) = \begin{bmatrix} A \\ c^T \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix}$$

- 在 性分 下的 和 为

性分

性分

- 两个 机变 的 ---

性分

- 两个 机变 的 ---
  - 机变 和 **1, , 1, ,**

性分

- 两个 机变 的 ---
  - 机变 和 1, , 1, ,
  - = (= , =)

性分

- 两个 机变 的 ---
  - 机变 和 **1, , 1, ,**
  - = (= , =)
  - = (= | =)

$$f_{ij} = \frac{p_{ij}}{\sum_{k=1}^{n} p_{kj}}$$

性分

- 两个 机变 的 ---
  - 机变 和 **1,** **, 1,** **,**
  - = (= , =)
  - = (= | =)

$$f_{ij} = \frac{p_{ij}}{\sum_{k=1}^{n} p_{kj}}$$

  - A=[0,0,…,1,...,0]

性分

- 两个 机变 的 ---
  - 机变 和 **1, , 1, ,**
  - = (= , =)
  - = (= | =)

$$f_{ij} = \frac{p_{ij}}{\sum_{k=1}^{n} p_{kj}}$$

  - A=[0,0,…,1,...,0]
  - =[1,1,1,…,1]

性分

- 两个 机变 的 ---
  - 机变 和 **1, , 1, ,**
  - = (= , =)
  - = (= | =)

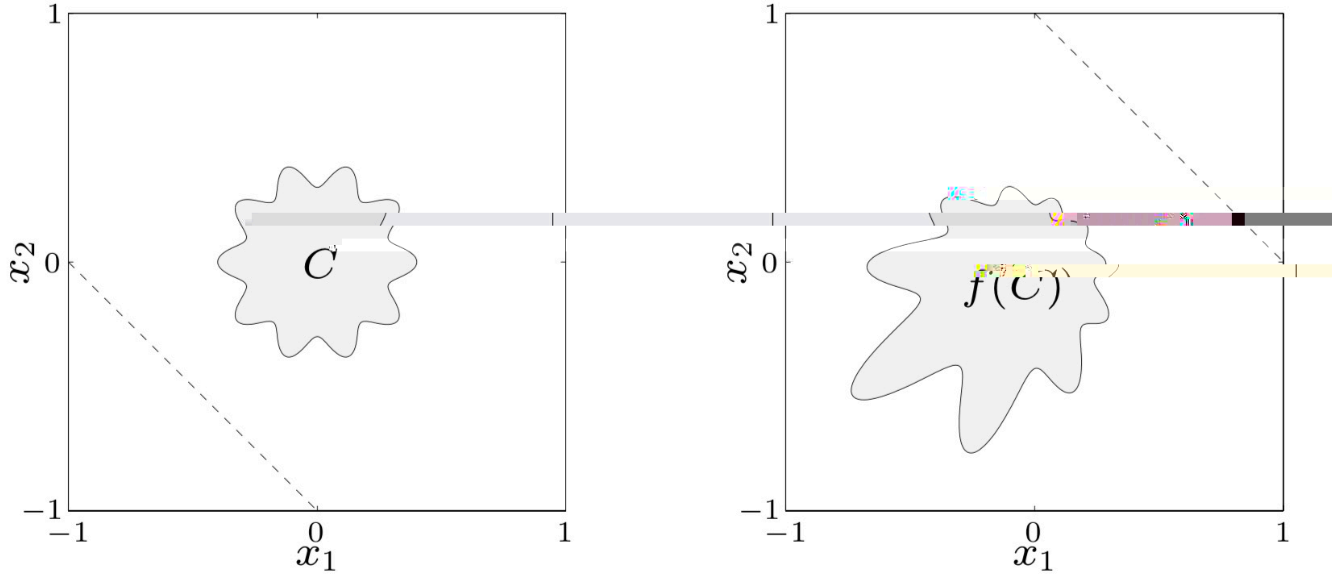
$$f_{ij} = \frac{p_{ij}}{\sum_{k=1}^{n} p_{kj}}$$

- A=[0,0,…,1,...,0]
- =[1,1,1,…,1]

$$f(x) = \frac{Ax+b}{c^T x + d}$$

- 性分

$$f(x) = \frac{1}{x_1 + x_2 + 1} x$$



不等

不等

- $K \subseteq \mathbf{R}^n$ 为正 其

不等

- $K \subseteq \mathbf{R}^n$ 为正 其
  - 是 的 其

不等

- 为正 其
  - 是 的 其
  - 是实的 没有 的

不等

- $K \subseteq \mathbf{R}^n$ 为正　　　　　　其
  - 是　的　　　　其
  - 是实的　没有　的
  - 是　的　不

不等

- $K \subseteq \mathbf{R}^n$ 为正 其
  - 是 的 其
  - 是实的 没有 的
  - 是 的 不

不等

- $K \subseteq \mathbf{R}^n$ 为正 其
  - 是 的 其
  - 是实的 没有 的
  - 是 的 不

-

不等

- $K \subseteq \mathbf{R}^n$ 为正 其
  - 是 的 其
  - 是实的 没有 的
  - 是 的 不

-
  - $$K = \mathbf{R}^n_+ = \{x \in \mathbf{R}^n \mid x_i \geq 0, i = 1, \ldots, n\}$$

不等

- $K \subseteq \mathbf{R}^n$ 为正 其
  - 是 的 其
  - 是实的 没有 的
  - 是 的 不

-
  - $K = \mathbf{R}_+^n = \{x \in \mathbf{R}^n \mid x_i \ge 0,\ i = 1, \ldots, n\}$
  - 正定 $K = \mathbf{S}_+^n$

不等

- $K \subseteq \mathbf{R}^n$ 为正 其
  - 是 的 其
  - 是实的 没有 的
  - 是 的 不

-
  - $K = \mathbf{R}^n_+ = \{x \in \mathbf{R}^n \mid x_i \geq 0,\ i = 1, \ldots, n\}$
  - 正定 $K = \mathbf{S}^n_+$
  - **[0,1]**上 的多

$$K = \{x \in \mathbf{R}^n \mid x_1 + x_2 t + x_3 t^2 + \cdots + x_n t^{n-1} \geq 0 \text{ for } t \in [0,1]\}$$

不等

不等

- 用正　　　定　　　不等

不等

- 用正　　　　定　　　　不等

$$x \preceq_K y \iff y - x \in K, \qquad x \prec_K y \iff y - x \in \textbf{int}\, K$$

不等

- 用正 定 不等

$$x \preceq_K y \iff y - x \in K, \qquad x \prec_K y \iff y - x \in \mathbf{int}\, K$$

-

  - 分 不等

不等

- 用正 定 不等

$$x \preceq_K y \iff y - x \in K, \qquad x \prec_K y \iff y - x \in \mathbf{int}\, K$$

-

  - 分 不等 $(K = \mathbf{R}^n_+)$

  $$x \preceq_{\mathbf{R}^n_+} y \iff x_i \leq y_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

不等

- 用正 定 不等

$$x \preceq_K y \iff y - x \in K, \qquad x \prec_K y \iff y - x \in \mathbf{int}\, K$$

-
  - 分 不等 $(K = \mathbf{R}^n_+)$

    $$x \preceq_{\mathbf{R}^n_+} y \iff x_i \le y_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

  - 不等 $(K = \mathbf{S}^n_+)$

    $$X \preceq_{\mathbf{S}^n_+} Y \iff Y - X$$ 为 正定

不等

- 用正 定 不等

$$x \preceq_K y \iff y - x \in K, \qquad x \prec_K y \iff y - x \in \operatorname{int} K$$

-
  - 分 不等 $(K = \mathbf{R}^n_+)$

  $$x \preceq_{\mathbf{R}^n_+} y \iff x_i \le y_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

  - 不等 $(K = \mathbf{S}^n_+)$

  $X \preceq_{\mathbf{S}^n_+} Y \iff Y - X$ 为 正定

- 性 $\preceq_K$的 多性 和实 上$\leq$的性 一

不等

- 用正 定 不等

$$x \preceq_K y \iff y - x \in K, \qquad x \prec_K y \iff y - x \in \mathbf{int}\, K$$

-
  - 分 不等 $(K = \mathbf{R}^n_+)$

    $$x \preceq_{\mathbf{R}^n_+} y \iff x_i \le y_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

  - 不等 $(K = \mathbf{S}^n_+)$

    $X \preceq_{\mathbf{S}^n_+} Y \iff Y - X$ 为 正定

- 性 $\preceq_K$的 多性 和实 上≤的性 一

$$x \preceq_K y, \quad u \preceq_K v \implies x + u \preceq_K y + v$$

最小与　小

最小与 小

- $\preceq_K$不是一个 性 可同时 $x \not\preceq_K y$ 和 $y \not\preceq_K x$

最小与　小

- $\preceq_K$不是一个　性　　　可同时　　　$x \npreceq_K y$ 和 $y \npreceq_K x$
- $x \in S$是　　　关于 $\preceq_K$的最小　　　其

最小与　小

- $\preceq_K$不是一个　性　　可同时　　$x \not\preceq_K y$ 和 $y \not\preceq_K x$
- $x \in S$是　　关于 $\preceq_K$的最小　　其

$$y \in S \quad \Longrightarrow \quad x \preceq_K y$$

最小与 小

- $\preceq_K$不是一个 性 可同时 $x \not\preceq_K y$ 和 $y \not\preceq_K x$
- $x \in S$是 关于 $\preceq_K$的最小 其

$$y \in S \quad \Longrightarrow \quad x \preceq_K y$$

- $x \in S$是 关于 $\preceq_K$ 的 小 其

最小与　小

- $\preceq_K$不是一个　性　　可同时　　$x \not\preceq_K y$ 和 $y \not\preceq_K x$
- $x \in S$是　　关于 $\preceq_K$的最小　　其

$$y \in S \quad \Longrightarrow \quad x \preceq_K y$$

- $x \in S$是　　关于 $\preceq_K$ 的　小　　其

$$y \in S, \quad y \preceq_K x \quad \Longrightarrow \quad y = x$$

最小与 小

- $\preceq_K$不是一个 性 可同时 $x \not\preceq_K y$ 和 $y \not\preceq_K x$
- $x \in S$是 关于 $\preceq_K$的最小 其

$$y \in S \quad \Longrightarrow \quad x \preceq_K y$$

- $x \in S$是 关于 $\preceq_K$ 的 小 其

$$y \in S, \quad y \preceq_K x \quad \Longrightarrow \quad y = x$$

- $(K = \mathbf{R}^2_+)$
  - ${}_1$是 ${}_1$的最小
  - ${}_2$是 ${}_2$的 小

最小与 小

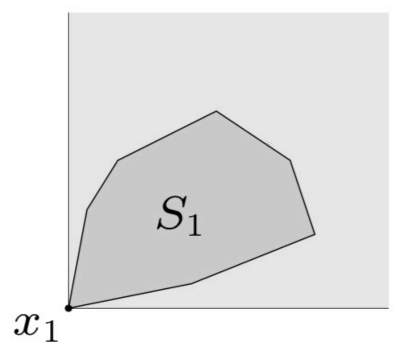
- $\preceq_K$不是一个 性 可同时 $x \not\preceq_K y$ 和 $y \not\preceq_K x$
- $x \in S$是 关于$\preceq_K$的最小 其

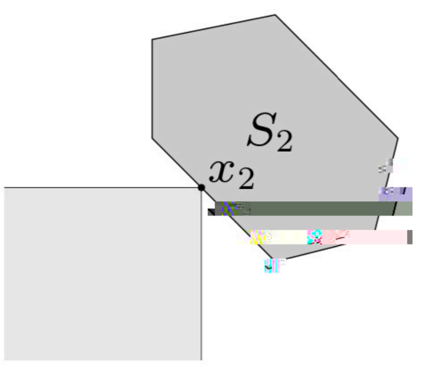
$$y \in S \quad \Longrightarrow \quad x \preceq_K y$$

- $x \in S$是 关于$\preceq_K$的 小 其

$$y \in S, \quad y \preceq_K x \quad \Longrightarrow \quad y = x$$

- $(K = \mathbf{R}_+^2)$
  - $_1$是 $_1$的最小
  - $_2$是 $_2$的 小





面分　定理

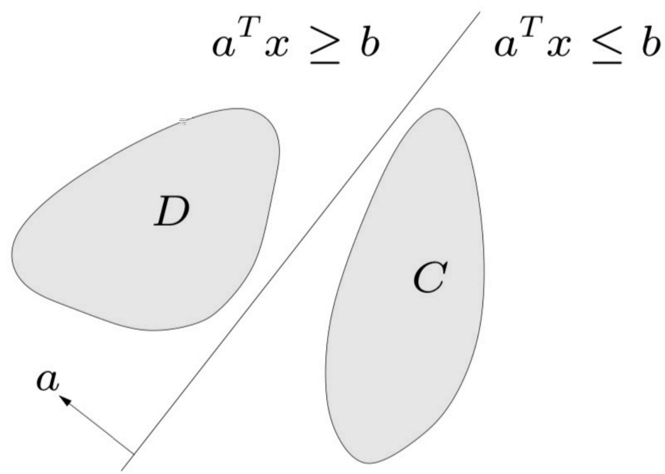
面分 定理

- C和 为两个不相 的 在 $a \neq 0,\ b$

面分　定理

- C和　为两个不相　的　　　　　　　　　在 $a \neq 0$, b

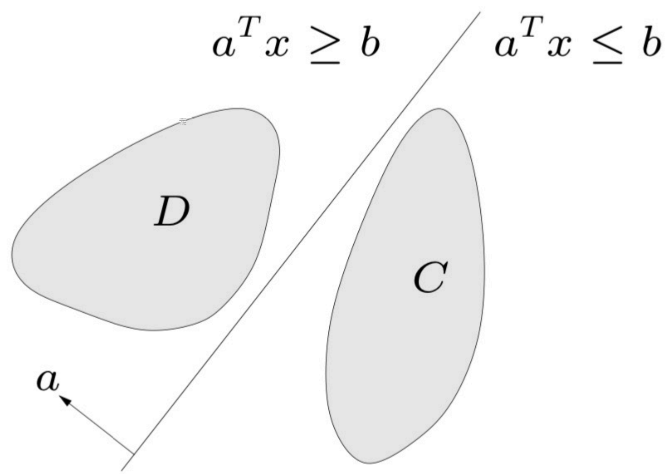
$$a^T x \leq b \text{ for } x \in C, \qquad a^T x \geq b \text{ for } x \in D$$



面分　定理

- C和　为两个不相　的　　　　　　　在 $a \neq 0$, b

$$a^T x \leq b \text{ for } x \in C, \qquad a^T x \geq b \text{ for } x \in D$$

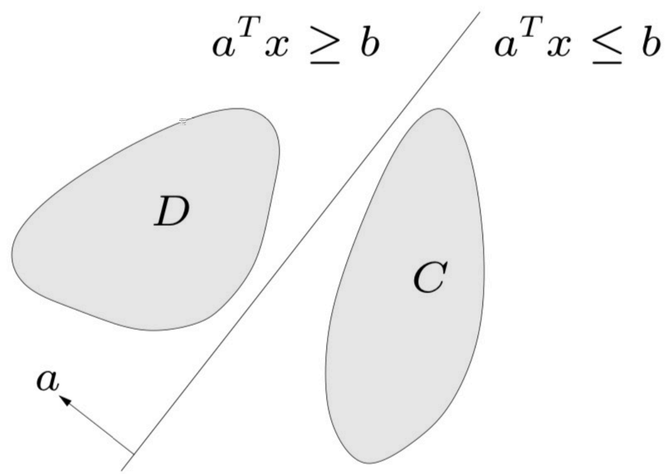


- 面$\{x \mid a^T x = b\}$为　　C和　的分　　　面

面分　定理

- C和　为两个不相　的　　　　　　在 $a \neq 0$, b

  $a^Tx \leq b$ for $x \in C$,　　$a^Tx \geq b$ for $x \in D$



- 面$\{x \mid a^Tx = b\}$为　C和　的分　　面
- 的分　要　的　　如　C是　的　　是

面

面

- C在 点 $_0$的 面定 为

面

- C在 点 $_0$的 面定 为

$$\{x \mid a^T x = a^T x_0\}$$

面

- C在　　点 $_0$的　　　　　面定　为

$$\{x \mid a^T x = a^T x_0\}$$

-

面

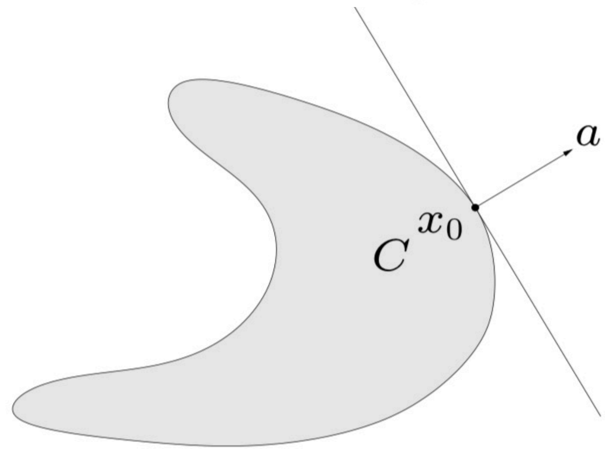
- C在 点 $_0$的 面定 为
$$\{x \mid a^T x = a^T x_0\}$$
- $a \neq 0$ $a^T x \le a^T x_0$ for all $x \in C$

面

- C在 点 $_0$的 面定 为

$$\{x \mid a^T x = a^T x_0\}$$

- $a \neq 0$ $a^T x \leq a^T x_0$ for all $x \in C$

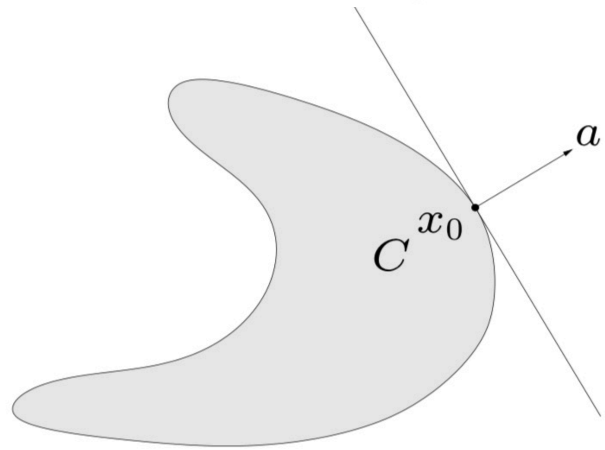


面

- C在 点 $_0$的 面定 为

$$\{x \mid a^T x = a^T x_0\}$$

- $a \neq 0$ $a^T x \le a^T x_0$ for all $x \in C$

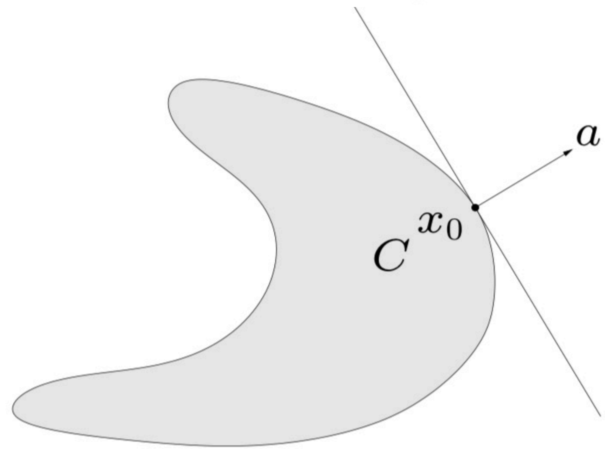


面

- C在 点 $_0$的 面定 为

$$\{x \mid a^T x = a^T x_0\}$$

- $a \neq 0$ $a^T x \leq a^T x_0$ for all $x \in C$



- 面定理 C为 在 C的每 个 点 在一个 面

对　和　不等

对 和 不等

- 的对

对 和 不等

- 的对

$$K^* = \{y \mid y^T x \geq 0 \text{ for all } x \in K\}$$

对　　和　　不等

- 的对

$$K^* = \{y \mid y^T x \geq 0 \text{ for all } x \in K\}$$

-

对 和 不等

- 的对

$$K^* = \{y \mid y^T x \geq 0 \text{ for all } x \in K\}$$

- $K = \mathbf{R}^n_+$: $K^* = \mathbf{R}^n_+$

  $K = \mathbf{S}^n_+$: $K^* = \mathbf{S}^n_+$

  $K = \{(x,t) \mid \|x\|_2 \leq t\}$: $K^* = \{(x,t) \mid \|x\|_2 \leq t\}$

  $K = \{(x,t) \mid \|x\|_1 \leq t\}$: $K^* = \{(x,t) \mid \|x\|_\infty \leq t\}$

对　　和　　不等

- 的对

$$K^* = \{y \mid y^T x \geq 0 \text{ for all } x \in K\}$$

- $K = \mathbf{R}^n_+$: $K^* = \mathbf{R}^n_+$

$K = \mathbf{S}^n_+$: $K^* = \mathbf{S}^n_+$

$K = \{(x,t) \mid \|x\|_2 \leq t\}$: $K^* = \{(x,t) \mid \|x\|_2 \leq t\}$

$K = \{(x,t) \mid \|x\|_1 \leq t\}$: $K^* = \{(x,t) \mid \|x\|_\infty \leq t\}$

- 前三个　自对

对 和 不等

- 的对

$$K^* = \{y \mid y^T x \geq 0 \text{ for all } x \in K\}$$

- $K = \mathbf{R}^n_+$: $K^* = \mathbf{R}^n_+$

  $K = \mathbf{S}^n_+$: $K^* = \mathbf{S}^n_+$

  $K = \{(x,t) \mid \|x\|_2 \leq t\}$: $K^* = \{(x,t) \mid \|x\|_2 \leq t\}$

  $K = \{(x,t) \mid \|x\|_1 \leq t\}$: $K^* = \{(x,t) \mid \|x\|_\infty \leq t\}$

- 前三个 自对
- 正 的对 为正 因 可定 不等

对 和 不等

- 的对

$$K^* = \{y \mid y^T x \geq 0 \text{ for all } x \in K\}$$

- $K = \mathbf{R}^n_+$: $K^* = \mathbf{R}^n_+$

$K = \mathbf{S}^n_+$: $K^* = \mathbf{S}^n_+$

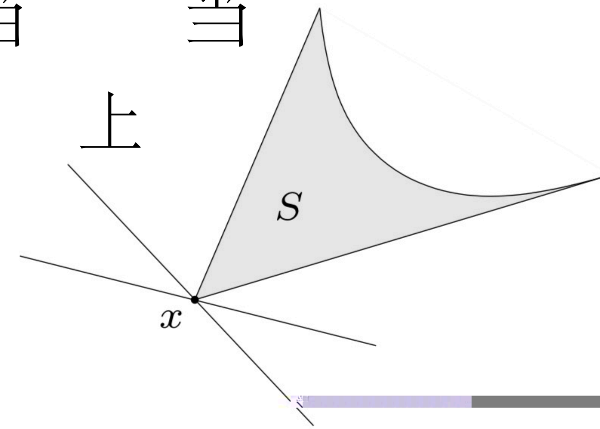
$K = \{(x,t) \mid \|x\|_2 \leq t\}$: $K^* = \{(x,t) \mid \|x\|_2 \leq t\}$

$K = \{(x,t) \mid \|x\|_1 \leq t\}$: $K^* = \{(x,t) \mid \|x\|_\infty \leq t\}$

- 前三个 自对
- 正 的对 为正 因 可定
不等 $y \succeq_{K^*} 0 \iff y^T x \geq 0 \text{ for all } x \succeq_K 0$

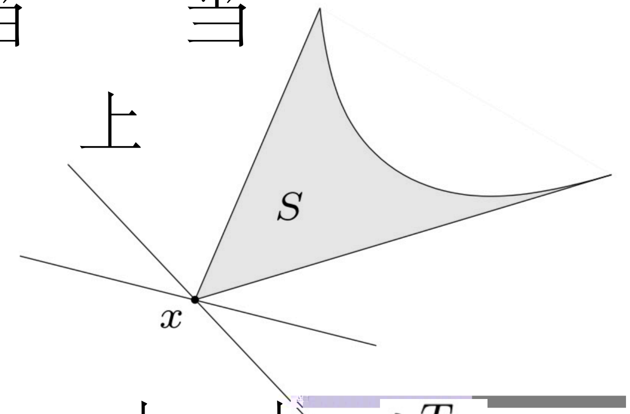
对 不等 的最小和 小

- 最小 为 的最小 当 当
  - 对所有 $\lambda \succ_{K^*} 0$ 为 中 上 小 $\lambda^T z$ 的 一最



对 不等 的最小和 小

- 最小 为 的最小 当 当
  - 对所有 $\lambda \succ_{K^*} 0$ 为 中 上 小 $\lambda^T z$ 的 一最



- 小
  - 对 些 $\lambda \succ_{K^*} 0$ 在 中 上 小 $\lambda^T z$ 为 小
  - 为 的 小 在 $\lambda \succ_{K^*} 0$ 小 $\lambda^T z$